

Jurnal Matematika

Universitas Andalas

Volume VII No.1 ISSN : 2303-2910

Februari 2018



2018

Diterbitkan Oleh :
Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Andalas

PENGUKURAN NILAI RISIKO PORTOFOLIO BERDASARKAN *MEAN*-VaR

CITRA ARIADINI CHAIRUNNISA, HAZMIRA YOZZA, DODI DEVIANTO

*Jurusan Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : citraariadini8@gmail.com*

Abstrak. Portofolio merupakan kumpulan dari beberapa investasi saham. Portofolio terbaik adalah portofolio dengan *mean return* dan risiko saham yang terbaik. Salah satu metode dalam mengukur nilai risiko adalah dengan *Value at Risk* (VaR). VaR didefinisikan sebagai tingkat kerugian maksimal atau *return* minimal pada tingkat kepercayaan yang cukup tinggi untuk waktu tertentu. Jika seorang investor membentuk portofolio maka berarti investor menentukan proporsi dana yang diinvestasikan pada masing-masing saham. Investor menginvestasikan dana pada masing-masing saham dengan total proporsi dana adalah 1. Permasalahan dalam menghitung proporsi dana dapat menggunakan metode Pengganda Lagrange. Dari 33 saham Perbankan yang terdaftar pada Bursa Efek Indonesia didapat komposisi portofolio yang terdiri dari Bank Danamon Indonesia Tbk, Bank Mandiri (Persero) Tbk dan Bank CIMB Niaga Tbk. Dari ketiga saham diperoleh proporsi investasi masing-masing dana yaitu 19,76% Bank Danamon Indonesia Tbk, 60,34% Bank Mandiri (Persero) Tbk dan 19,90% Bank CIMB Niaga Tbk. Dari portofolio yang terbentuk didapat nilai risiko yaitu 0,001345. Hal ini berarti risiko dari portofolio yang terbentuk sangat kecil yaitu 0,13% sehingga aman bagi investor dalam berinvestasi.

Kata Kunci: Portofolio, Value at Risk, Pengganda Lagrange, Risiko

1. Pendahuluan

Investasi adalah penanaman modal untuk satu atau lebih sekuritas yang dimiliki dan biasanya berjangka waktu lama dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa-masa yang akan datang [7]. Dari berbagai jenis investasi yang ada, masyarakat Indonesia lebih cenderung melakukan investasi berupa saham. Menurut [7], saham adalah surat berharga yang menjadi bukti bahwa seseorang telah berinvestasi pada suatu perusahaan. Saham merupakan surat bukti bahwa kepemilikan atas aset-aset perusahaan yang menerbitkan saham.

Salah satu karakteristik investasi berupa saham adalah kemudahan untuk membentuk kumpulan dari investasi. Kumpulan dari saham yang telah diinvestasikan oleh investor disebut portofolio. Portofolio yang baik adalah portofolio yang efisien. Portofolio ini didefinisikan sebagai portofolio yang memberikan ekspektasi (*mean return*) maksimal dengan nilai risiko tertentu atau memberikan risiko terkecil dengan *mean return* [3]. Portofolio efisien adalah portofolio yang baik namun bukan terbaik. Portofolio yang terbaik adalah portofolio optimal, yaitu suatu portofolio dengan *mean return* dan risiko yang terbaik.

Untuk tujuan tersebut, investor harus dapat memperkirakan dengan tingkat keyakinan (*level of confidence*) dan dalam jangka waktu tertentu berapa risiko penurunan nilai *return* hal ini disebut juga dengan VaR (*Value at Risk*). VaR didefinisikan sebagai tingkat kerugian maksimal atau *return* minimal pada tingkat kepercayaan yang cukup tinggi untuk waktu tertentu. Dalam perhitungan VaR, *return* saham diasumsikan berdistribusi normal karena jika *return* saham tidak berdistribusi normal maka risiko yang ditimbulkan tidak stabil.

Untuk mendapatkan nilai risiko yang minimal berdasarkan *Mean-VaR* maka harus meminimumkan nilai VaR. Permasalahan dalam meminimumkan nilai VaR merupakan persoalan dalam optimisasi. Dalam membentuk portofolio, dana yang diinvestasikan pada masing-masing saham memiliki total proporsi dana sama dengan 1. Artinya dalam menentukan proporsi dana merupakan optimisasi dengan kendala. Karena total proporsi dana sama dengan 1 maka digunakan metode Pengganda Lagrange. Pada metode ini, dibentuk suatu fungsi baru, disebut fungsi Lagrange yang merupakan penjumlahan dari fungsi yang hendak dioptimumkan ditambah hasil kali pengganda Lagrange dengan fungsi kendalanya dan selanjutnya melakukan optimasi terhadap fungsi baru tersebut. Dalam penelitian ini pengukuran nilai risiko portofolio berdasarkan *Mean-VaR*.

2. Landasan Teori

2.1. Teori Keuangan

Saham merupakan hak kepemilikan atas aset-aset perubahan yang menerbitkan saham. *Return* saham adalah hasil yang diperoleh dari berinvestasi. Andaikan saham sekarang disimbolkan dengan P_j maka *Return* yang dilambangkan dengan R_i dapat dinyatakan sebagai

$$R_i = \frac{P_j - P_{j-1}}{P_{j-1}}. \quad (2.1)$$

Dari Persamaan (2.1) diperoleh *mean return* saham yaitu

$$E(R_i) = \frac{\sum_{j=1}^n R_{ij}}{n}, \quad (2.2)$$

dengan R_{ij} merupakan *return* saham dari investasi ke- i pada saat ke- j . Setiap saham yang diinvestasikan terkadang mengalami risiko. Dalam perhitungannya, risiko saham biasanya diukur dengan standar deviasi dari *return* saham yang dilambangkan dengan σ dan dirumuskan sebagai

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m [R_{ij} - E(R_i)]^2}{m}}. \quad (2.3)$$

2.2. Teori Portofolio

Portofolio diartikan sebagai serangkaian kombinasi beberapa aktiva yang diinvestasikan dan dipegang oleh investor, baik perorangan maupun lembaga. Dengan melakukan kombinasi saham, investor bisa meraih *return* saham yang optimal dan

memperkecil risiko [3]. Andaikan w_i adalah proporsi dana yang dialokasikan pada saham i , dimana $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ maka *return* portofolio dapat dinyatakan sebagai

$$R_w = \sum_{i=1}^n w_i R_i \quad (2.4)$$

dimana R_i merupakan *return* portofolio ke- i . Berdasarkan proporsi dana yang dialokasikan pada saham i maka ekspektasi dari *return* portofolio yaitu :

$$\mu_w = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i, \quad (2.5)$$

dengan μ_i merupakan ekspektasi *return* saham ke- i .

Dalam membentuk portofolio, investor harus memperhatikan risiko yang dihasilkan. salahsatu metode untuk mengukur nilai risiko dengan *Value at Risk* (VaR). VaR didefinisikan sebagai tingkat kerugian maksimal atau *return* minimal pada tingkat kepercayaan yang cukup tinggi untuk waktu tertentu. Perhitungan VaR dapat dinyatakan sebagai

$$VaR_w = z_\alpha \sigma_w - \mu_w \quad (2.6)$$

dimana z_α merupakan kuantil $1 - \alpha$ dari sebaran *return* dan α merupakan taraf nyata.

2.3. Portofolio Optimal Berdasarkan Mean-VaR

Untuk membentuk portofolio, investor harus menentukan bobot portofolio pada masing-masing saham. Dalam menentukan bobot portofolio dilakukan proses optimisasi. Proses optimisasi merupakan suatu proses untuk mencapai hasil yang optimal dengan memaksimalkan ataupun meminimumkan dari suatu fungsi. Proses optimisasi terhadap bobot portofolio dilakukan dengan memperhatikan nilai *mean return* tertentu dan meminimumkan nilai risiko *Value at Risk*.

Berdasarkan peubah yang diketahui, $E(R_i)$ sebagai ekspektasi *return* saham, σ_{ij} sebagai kovarian antara saham ke- i dengan saham ke- j dan matriks kovarian disimbolkan dengan Σ . Misalkan w_i adalah proporsi dana yang akan dialokasikan pada saham ke- i , maka seluruh dana yang diinvestasikan adalah 100%, asumsi tersebut dapat disimbolkan sebagai berikut

$$\sum_{i=1}^n w_i = \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1$$

dengan \mathbf{w} adalah vektor kolom proporsi dana dari saham atau dapat ditulis $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$, \mathbf{e}^T adalah vektor baris yang seluruh entrinya adalah 1.

Dari asumsi tersebut diperoleh *return*, ekspektasi *return* dan variansi portofolio berturut-turut sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R_w &= \sum w_i R_i \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{R} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\mu_w = E(R_w) = \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{w} \quad (2.7)$$

$$\sigma_w^2 = Var(R_w) = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \quad (2.8)$$

dimana $\boldsymbol{\mu}$ merupakan vektor kolom dari *return* dan $\boldsymbol{\Sigma}$ merupakan matriks kovarian dari *return* saham. Berdasarkan Persamaan (2.7) dan (2.8), maka Persamaan (2.6) dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} VaR_w &= z_\alpha \sigma_w - \boldsymbol{\mu}_w \\ &= z_\alpha (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2} - \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{w} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Untuk memperoleh portofolio yang efisien, para praktisi menggunakan fungsi objektif sangat sederhana dengan memaksimalkan

$$2\tau \mu_w - VaR_w, \tau \geq 0$$

dengan τ menunjukkan toleransi risiko dimana toleransi risiko merupakan tingkatan atau jumlah suatu risiko untuk dapat diterima oleh investor [11].

Berdasarkan Persamaan (2.7) dan (2.9), untuk investor dengan toleransi risiko $\tau \geq 0$ harus menyelesaikan persoalan optimasi

$$\max\{2\tau \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{w} - z_\alpha (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2} + \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{w}\} \quad (2.10)$$

dengan kendala $\mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1$.

Masalah di atas adalah masalah optimasi dengan kendala. Sehingga untuk mencari bobot optimal dari masalah di atas perlu didefinisikan fungsi Lagrange yaitu

$$L(\mathbf{w}, \lambda) = (2\tau + 1)\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{w} - z_\alpha (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2} + \lambda(\mathbf{e}^T \mathbf{w} - 1) \quad (2.11)$$

dengan λ merupakan pengganda Lagrange, sehingga diperoleh turunan pertama fungsi Lagrange terhadap \mathbf{w} , λ sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = (2\tau + 1)\boldsymbol{\mu} - \frac{z_\alpha (\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} + \lambda \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \mathbf{e}^T \mathbf{w} - 1 = 0. \quad (2.13)$$

Dari Persamaan (2.12) dapat ditulis

$$\begin{aligned} (2\tau + 1)\boldsymbol{\mu} - \frac{z_\alpha (\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} + \lambda \mathbf{e} &= \mathbf{0} \\ \frac{z_\alpha (\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} &= (2\tau + 1)\boldsymbol{\mu} + \lambda \mathbf{e}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dengan mengalikan $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ ke Persamaan (2.14), diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{z_\alpha (\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} &= (2\tau + 1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e} \\ \frac{z_\alpha \mathbf{w}}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} &= (2\tau + 1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{w} = \frac{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}}{z_\alpha} [(2\tau + 1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}] \quad (2.16)$$

Persamaan (2.13) dapat ditulis menjadi

$$\mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1. \quad (2.17)$$

Dengan mengalikan \mathbf{e}^T ke Persamaan (2.15), diperoleh

$$\frac{z_\alpha \mathbf{e}^T \mathbf{w}}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} = (2\tau + 1) \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e} \quad (2.18)$$

Berdasarkan Persamaan (2.17) maka Persamaan (2.18) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \frac{z_\alpha}{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}} &= (2\tau + 1) \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e} \\ \frac{(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}}{z_\alpha} &= \frac{1}{(2\tau + 1) \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Substitusi Persamaan (2.19) ke Persamaan (2.16) sehingga diperoleh

$$\mathbf{w} = \frac{(2\tau + 1) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}}{(2\tau + 1) \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}}. \quad (2.20)$$

\mathbf{w} merupakan proporsi portofolio dengan $\tau \geq 0$, dimana

$$\lambda = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (2.21)$$

dengan $A = \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}$, $B = (2\tau + 1) \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu}$, dan $C = (2\tau + 1)^2 \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} - z_\alpha^2$ [12].

3. Hasil dan Pembahasan

Pada penelitian ini digunakan data saham Perbankan yang terdiri dari 33 saham Bank yang terdaftar pada Bursa Efek Indonesia. Dari 33 saham dihitung ekspektasi *return* dan risiko saham masing-masing, diperoleh

Kode Saham	$E(R_i)$	Kode Saham	$E(R_i)$
AGRO	-0,001108	BNGA	-0,001050
BABP	0,001438	BNII	0,000754
BACA	-0,000040	BNLI	-0,000286
BBCA	-0,001132	BSIM	-0,000443
BBKP	0,000506	BSWD	0,001395
BBNI	-0,001438	BTPN	0,000250
BBRI	-0,000922	DNAR	-0,000801
BBTN	-0,001853	INPC	0,000622
BBYB	0,000381	MCOR	0,000362
BDMN	-0,001141	MEGA	0,000376
BEKS	0,000869	NAGA	0,003518
BGTB	0,000511	NISP	0,000302
BJBR	-0,001039	NOBU	-0,002758
BJTM	-0,000907	PNBN	-0,001311
BKSW	0,004320	PNBS	0,003136
BMAS	0,001183	SDRA	0,001849
BMRI	-0,000794		

Gambar 1. Data ekspektasi *return* saham Perbankan

Dalam penelitian ini digunakan juga saham pasar. Saham pasar yang digunakan adalah Indeks Harga Saham Gabungan atau IHSG. Data ekspektasi, risiko dan rasio dari saham pasar diberikan pada Gambar 3.

Untuk menentukan saham Perbankan yang baik digunakan rasio terhadap saham pasar. Rasio merupakan perbandingan antara ekspektasi dengan risiko saham.

Kode Saham	σ_i	Kode Saham	σ_i
AGRO	0,048021	BNGA	0,022757
BABP	0,022422	BNII	0,021512
BACA	0,009628	BNLI	0,027103
BBCA	0,011503	BSIM	0,019565
BBKP	0,015509	BSWD	0,050750
BBNI	0,014677	BTPN	0,014288
BBRI	0,014868	DNAR	0,057561
BBTN	0,020208	INPC	0,035212
BBYB	0,041965	MCOR	0,037597
BDMN	0,021086	MEGA	0,022335
BEKS	0,030045	NAGA	0,095318
BGTB	0,045080	NISP	0,035683
BJBR	0,039034	NOBU	0,017929
BJTM	0,023253	PNBN	0,018983
BKSW	0,067143	PNBS	0,022735
BMAS	0,054790	SDRA	0,028459
BMRI	0,014483		

Gambar 2. Data risiko saham Perbankan

Kode Saham	$E(R_i)$	σ_i	Rasio
IHSG	-0.000392	0.006737	-0.058199

Gambar 3. Data ekspektasi, risiko dan rasio saham Pasar

Kode Saham	Nama Saham
BDMN	Bank Danamon Indonesia Tbk
BMRI	Bank Mandiri (Persero) Tbk
BNGA	Bank CIMB Niaga Tbk

Gambar 4. Komposisi portofolio saham

Saham Perbankan yang baik adalah saham yang memiliki rasio lebih besar dari rasio pasar. Selanjutnya *return* saham dilakukan uji normalitas. sehingga diperoleh komposisi portofolio seperti pada Gambar 4.

Dari komposisi yang diperoleh dihitung bobot portofolio, ekspektasi portofolio dan *Value at Risk* dengan nilai toleransi risiko $\tau = 0, 0, 1, \dots$ diperoleh Gambar 5.

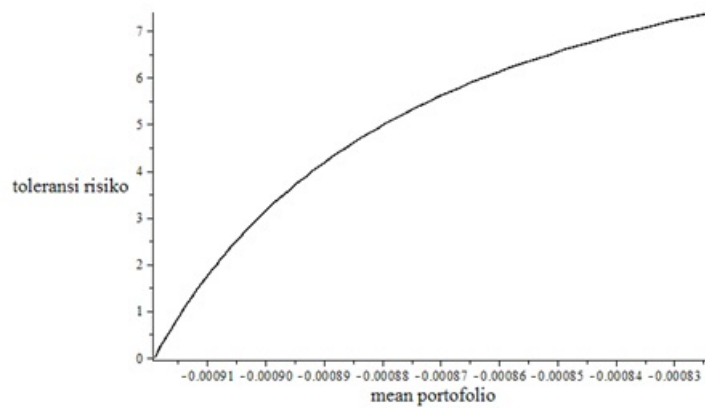
Dari Gambar 6 dan Gambar 7 dapat dilihat hubungan antara *Mean* dan VaR portofolio berdasarkan nilai toleransi risiko melalui gambar berikut Berdasarkan sebaran *return* saham, terlihat bahwa dengan bertambahnya nilai toleransi risiko yang diberikan nilai ekspektasi *return* portofolio dan Value at Risk meningkat dan bobot portofolio masing-masing saham mengalami perubahan.

Bobot portofolio w_1 dan w_3 pada tabel mengalami penurunan seiring bertambahnya nilai toleransi risiko. Artinya ini menunjukkan bahwa bobot investasi pada w_1 dan w_3 menurun dengan meningkatnya nilai toleransi risiko. Namun pada $\tau = 7, 6$, proses optimasi dihentikan karena bobot portofolio w_1 menghasilkan bobot portofolio yang negatif.

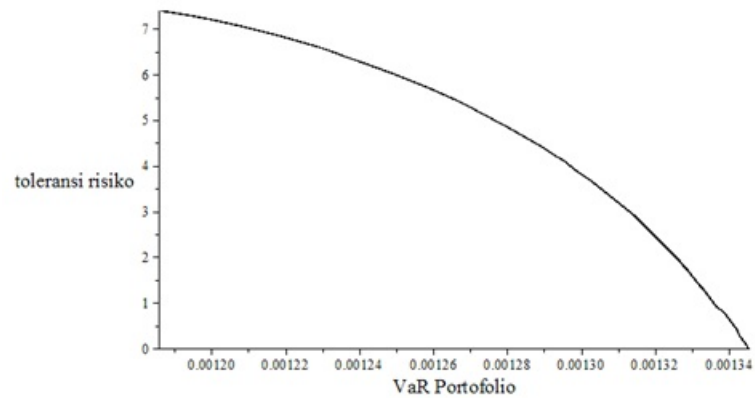
Namun berbeda dengan w_1 dan w_3 , bobot portofolio pada w_2 mengalami peningkatan. Hal ini menunjukkan bahwa saham Bank Mandiri tidak mengalami penu-

τ	w1	w2	w3	μ_w	VaR_w
0	0,1976	0,6034	0,1990	-0,00091899	0,0013453
0,1	0,1968	0,6048	0,1984	-0,00091855	0,0013445
0,2	0,1959	0,6063	0,1978	-0,00091811	0,0013437
0,3	0,1950	0,6078	0,1972	-0,00091765	0,0013429
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
7,4	0,0146	0,9220	0,0634	-0,00082339	0,0011939
7,5	0,0070	0,9352	0,0578	-0,00081944	0,0011863
7,6	-0,0009	0,9491	0,0518	-0,00081527	0,0011722+0,000004i

Gambar 5. Proporsi, ekspektasi portofolio dan Value at Risk



Gambar 6. Grafik Hubungan antara Mean portofolio dengan toleransi risiko



Gambar 7. Grafik Hubungan antara VaR portofolio dengan toleransi risiko

runan bobot portofolio dengan meningkatnya nilai toleransi risiko. Dari Gambar 5 bobot portofolio optimal dari masing-masing saham saat $\tau = 0$ adalah BDMN = 19,76%, BMRI = 60,34% dan BNGA = 19,90%. Karena VaR merupakan metode dalam mengukur nilai risiko maka dari Gambar 5 diperoleh nilai risiko yaitu 0,00138035. Hal ini berarti risiko dari portofolio yang terbentuk sangat kecil yaitu 0,13% sehingga aman bagi investor dalam berinvestasi.

4. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan mengenai pengukuran nilai risiko portofolio saham berdasarkan Mean-VaR dengan saham sektor Perbankan pada periode yang sama yaitu 12 Oktober 2016 - 12 Oktober 2017 diperoleh beberapa kesimpulan, yaitu

- (1) Dari 33 saham Perbankan yang digunakan menjadi komposisi saham dalam portofolio saham terdiri dari 3 saham yaitu Bank Danamon Indonesia Tbk, Bank Mandiri (Persero) Tbk dan Bank CIMB Niaga Tbk.
- (2) Berdasarkan perhitungan bobot portofolio, dengan nilai toleransi risiko yang terus meningkat terjadi penurunan bobot portofolio pada saham Bank Danamon Indonesia Tbk dan Bank CIMB Niaga Tbk, sedangkan saham Bank Mandiri (Persero) Tbk mengalami peningkatan bobot portofolio.
- (3) Terjadi penurunan yang pada bobot saham Bank Danamon Indonesia Tbk dengan bertambahnya nilai risiko, sehingga investor harus waspada terhadap kinerja portofolio.
- (4) Bobot portofolio untuk masing-masing saham dengan risiko minimum yaitu 0 adalah 18,36% saham Bank Danamon Indonesia Tbk, 13,14% saham Bank Pembangunan Daerah Jawa Timur Tbk, 52,00% saham Bank Mandiri (Persero) Tbk dan 16,50% saham Bank CIMB Niaga Tbk
- (5) VaR merupakan metode dalam mengukur nilai risiko, sehingga berdasarkan nilai VaR portofolio maka diperoleh nilai risiko portofolio berdasarkan *mean-VaR* adalah 0,00138035.

Daftar Pustaka

- [1] Bain, L.J and M. Engelhardt. 1992. *Introduction To Probability and Mathematical Statistics. Second Edition*. Duxbury Press, California
- [2] Best. 1998. *Implementing Value at Risk*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester
- [3] Dumairy. 1998. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. BPFE-Yogyakarta, Yogyakarta
- [4] Jogiyanto. 2000. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Edisi Kedua. BPPE, Yogyakarta
- [5] Masrukan, E. 2013. *Optimalisasi Nilai Risiko Portofolio Saham Berdasarkan Mean-VaR*. Jurnal Matematika Universitas Brawijaya, Malang
- [6] Ni'mah, Khoirun. 2015. *Pengukuran Nilai Risiko Portofolio dengan Mean-VaR Menggunakan Simulasi Monte Carlo Berdasarkan Data Historis*. Jurnal Matematika Universitas Brawijaya, Malang
- [7] Rachev, S.T, S.V.Stoyanov and F.J. Fabozzi. 1990. *Advanced Stochastic Models, Risk Assessment, and Portfolio Optimization*. John Wiley and Sons, Inc., Canada

- [8] Tandelilin, E. 2001. *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio*. Edisi Pertama. BPFY-Yogyakarta, Yogyakarta