



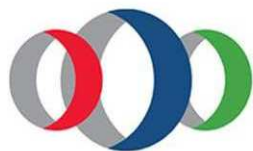
Vol. 1, September 2017
ISSN : 1907 - 2562

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2017

Departemen Matematika FMIPA UI
Depok, 11 Februari 2017

Disponsori oleh:



IndonesiaRe

Didukung oleh:



TOKI MARINE
INSURANCE GROUP



THE REAL LIFE
COMPANY



BPJS
Ketenagakerjaan



PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
(THE SOCIETY OF ACTUARIES OF INDONESIA)

SNM2017

DAFTAR ISI

KATA SAMBUTAN	ii
Dekan FMIPA Universitas Indonesia	iii
Gubernur IndoMS JABAR, Banten, dan DKI Jakarta.....	iv
Ketua Panitia Seminar Nasional Matematika 2017.....	v
UCAPAN TERIMA KASIH	vi
DAFTAR PANITIA SNM 2017	vii
DAFTAR ISI.....	viii
 PEMBICARA UTAMA.....	 xiv
PERANAN MATEMATIKA DALAM MEMAHAMI FENOMENA LINGKUNGAN.....	xv
Prof. Dr. Jatna Supriatna, M.Sc	xv
UNDERSTANDING INDONESIAN ENVIRONMENTAL PHENOMENA, AND IMPROVING HUMAN LIVES	xvii
Dr. Sri Purwani	xvii
PERSPEKTIF SINGKAT IKLIM DI INDONESIA: PEMODELAN DAN STATUS PERUBAHAN IKLIM.	xviii
Dr. Ardhasena Sopaheluwakan	xviii
 SESI PARALEL.....	 1
STATISTIKA DAN APLIKASINYA.....	
PENERAPAN GSTAT-R UNTUK PERHITUNGAN PREDIKSI POLUTAN TIMBAL MENGGUNAKAN METODE ORDINARY KRIGING	2
ANNISA NUR FALAH ¹ , KANKAN PARMIKANTI ² , BUDI NURANI RUCHJANA ³ , dan ATJE SETIAWAN ABDULLAH ⁴	2
PERBANDINGAN MODEL STAR DENGAN VAR DALAM MEMPREDIKSI DEBIT AIR SUNGAI CITARUM	13
KANKAN PARMIKANTI ¹ DAN E. RUSYAMAN ²	13

PEMODELAN INDEKS HARGA KONSUMEN BEBERAPA KOTA DI PROVINSI SUMATERA UTARA MENGGUNAKAN MODEL GSTARI – ARCH	20
HOT BONAR ¹ , BUDI NURANI RUCHJANA ² , DAN GUMGUM DARMAWAN ³	20
ANALISIS HARGA DAGING AYAM DI BANDUNG DENGAN MENGGUNAKAN VECTOR ERROR CORRECTION MODEL	27
RIBUT NURUL TRI WAHYUNI	27
MODEL SPATIO TEMPORAL DALAM PEMETAAN PENYAKIT DIARE DI KOTA BANDUNG	36
I GEDE NYOMAN MINDRA JAYA ¹ , BUDI NURANI RUCHJANA ²	36
PENGARUH INFRASTRUKTUR SOSIAL DAN EKONOMI TERHADAP PEREKONOMIAN DI INDONESIA: APLIKASI SARMA FIXED EFFECT MODEL.....	44
PRLANGGA A.W. ¹ , RIBUT NURUL T. W. ²	44
DETERMINAN KEMISKINAN DARI ASPEK HETEROGENITAS WILAYAH DENGAN GEOGRAPHICAL WEIGHTED REGRESSION (GWR)	60
SUGIARTO	60
METODE RIDGE REGRESSION UNTUK MENGATASI MULTIKOLINERITAS PADA VARIABEL-VARIABEL YANG MEMENGARUHI PENDAPATAN ASLI DAERAH KABUPATEN KAPUAS HULU.....	70
KHOTIMAH ¹ , WINIH BUDIARTI ²	70
PENGARUH ENERGI TERMODINAMIKA DAN MOMEN DIPOL TERHADAP KESTABILAN KOMPLEKS GADOLINIUM DENGAN LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84
NURDENI.....	84
MODEL REGRESI ZERO-INFLATED JOINT BIVARIATE POISSON DAN APLIKASINYA UNTUK ANALISIS DATA KEMISKINAN DI BOGOR.....	90
FEVI NOVKANIZA ¹ , KHAIRIL ANWAR NOTODIPUTRO ² , KUSMAN SADIK ³	90
DAMPAK PENGETAHUAN, PENYULUHAN, DAN KEPEDULIAN LINGKUNGAN TERHADAP PERILAKU PENGELOLAAN SAMPAH DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LOGISTIK BINER.....	101
SUGIARTO	101
POLA PEROKOK USIA 10-24 DI INDONESIA TAHUN 2015.....	113

DIN NURIKA AGUSTINA.....	113
DETERMINAN PENGETAHUAN PRIA KAWIN TERHADAP TANDA BAHAYA PADA MASA KEHAMILAN DI INDONESIA TAHUN 2012.	122
ANITA DESMARINI ¹ , ITA WULANDARI ²	122
ANALISIS KECENDERUNGAN USIA WANITA MELAKUKAN KOHABITASI BERDASARKAN TINGKAT PENDIDIKAN MENGUNAKAN REGRESI LOGISTIK BINER.....	133
ROBERT KURNIAWAN ¹ , DESNACITA HARLY PUTRI ²	133
PENANGANAN MASALAH PELANGGARAN ASUMSI LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84
FERRA YANUAR ¹ , HAZMIRA YOZZA ² , SITY KHAIRIYAH ³	139
WILAYAH DENGAN GEOGRAPHICAL WEIGHTED REGRESSION SCORING.....	149
ULFA FAUZIAH ¹ , ZUHERMAN RUSTAM ²	149
MODEL PELUANG PUNAHNYA KUMAN MYCOBACTERIUM TUBERCULOSA YANG RESISTEN TERHADAP RIFAMPISIN DAN TUBERKULOSIS-MULTI DRUG RESISTANT (TB -MDR).....	158
JONNER NAINGGOLAN	158
PENGARUH FOREIGN DIRECT INVESTMENT (FDI) TERHADAP KETIMPANGAN PENDAPATAN DI INDONESIA: APLIKASI IV-2SLS LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84
RIBUT NURUL TRI WAHYUNI ¹	164
POLUSI DAN PERTUMBUHAN EKONOMI: SEBUAH ANALISIS IMPULSE RESPONSE FUNCTION	170
ANUGERAH KARTA MONIKA ¹	170
DAMPAK EKSPOR KARET ALAM TERHADAP PEREKONOMIAN INDONESIA DAN PERAMALANNYA: ANALISIS TABEL I-O DAN LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84
RAMADHAN I. P. ¹ , RIBUT NURUL T. W. ²	179
PEMODELAN ERROR CORRECTION MECHANISM DALAM ANALISIS ALIRAN MODAL DARI DALAM DAN LUAR NEGERI TERHADAP PEREKONOMIAN INDONESIA.....	188
AGATHA HERDIANTI BRIA ¹ , KRISMANTI TRI WAHYUNI ²	
PERAMALAN PRODUKSI DAN EKSPOR MINYAK KELAPA SAWIT INDONESIA TRIWULAN I 2015 – TRIWULAN III 2016 (PERBANDINGAN METODE EXPONENTIAL SMOOTHING DENGAN ARIMA)	199

RIO KUNCORO JATIKUSUMA ¹ , DEWI PURWANTI ²	199
PENGARUH TINGKAT KEMANDIRIAN FISKAL, INVESTASI, DAN TENAGA KERJA TERHADAP PERTUMBUHAN EKONOMI KABUPATEN/KOTA DI JAWA TENGAH TAHUN 2010-2014	210
ANDHIKA RAHMADANI ¹ , DEWI PURWANTI ²	210
ANALISIS DISPARITAS PEMBANGUNAN DAERAH TERTINGGAL, TERDEPAN, DAN TERLUAR DI INDONESIA TAHUN 2008-2013.....	223
LINDA ANNISA ¹ , ITA WULANDARI ²	223
PENERAPAN REGRESI DATA PANEL UNTUK MELIHAT PENGARUH PEMBANGUNAN INFRASTRUKTUR TERHADAP PERTUMBUHAN EKONOMI DI PULAU SUMATERA.....	233
ULFA MARDIYAH ¹ , WINIH BUDIARTI ²	233
KONVERGENSI EKONOMI ANTARKABUPATEN/KOTA DI PROVINSI PAPUA BARAT.....	249
I MADE WAHYU DWI SEPTIKA ¹ , DEWI PURWANTI ²	249
GENERALIZED LINIER MODELS (GLM) KEJADIAN KECELAKAAN LALU LINTAS DI KOTA MERAUKE.....	262
HARIANI FITRIANTI ¹ , MARKUS PALOBO ²	262
APLIKASI STOCHASTIC PRODUCTION FRONTIER UNTUK MENGUKUR EFISIENSI TEKNIS USAHA TANI PADI DI PROVINSI KEPULAUAN BANGKA BELITUNG.....	272
FITRI KARTIASIH ¹ DAN ADI SETIAWAN ²	272
MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL UNTUK MENGETAHUI FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMAN KECAMATAN PASAR REBO BERDASARKAN TINGKAT KEDISIPLINAN.....	283
ISMAIL.....	283
PENELUSURAN RUMUS UJI KUBINGER SEBAGAI PADANAN ANOVA DUA ARAH (STUDI KASUS: PENGARUH FAKTOR METODE PREPARASI DAN FAKTOR MEREK TERHADAP KADAR TIMBAL PADA JAMU CINA)	296
FITRI CATUR LESTARI.....	296
EFEKTIVITAS ORGANISASI TATA KELOLA MINYAK DAN GAS BUMI DENGAN PEMODELAN STATISTIK “STRUCTURAL EQUATION MODELLING (SEM)” (STUDI KASUS DI KABUPATEN KUTAI KARTANEGARA)	309
RADITA ARINDYA ¹	309

PENERAPAN METODE ORDERING DUALY IN TRIANGLES (ORDIT) PADA MASALAH TINDAK KEJAHATAN DI INDONESIA .	320
TARUGA RUNADI ¹ , YEKTI WIDYANINGSIH ²	320
APLIKASI ANALISIS KONJOIN DESAIN FULLPROFILE RESPON RATING PADA PREFERENSI MAHASISWA TERHADAP KUALITAS DOSEN SEKOLAH TINGGI ILMU STATISTIK.....	328
FITRI CATUR LESTARI.....	328
PENDEKATAN DISTRIBUSI GUMBEL DALAM BAGAN KENDALI RANGE – EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE (R- EWMA) PADA PROSES PRODUKSI COKLAT DI INDONESIA PADA STATUS PERUBAHAN IKLIM.	xviii
ERNA TRI HERDIANI ¹ , SITI AISYAH ALDILLAH ² , SRI ASTUTI THAMRIN ³	335
PENGELOMPOKAN KABUPATEN/KOTA DI JAWA BARAT MENGUNAKAN HYBRID CLUSTERING BERDASARKAN INDIKATOR PEMBANGUNAN MANUSIA BERBASIS GENDER	345
MARIA ULPAH ¹ , ZULHANIF ² , TITI PURWANDARI ²	345
METODE BOOTSTRAP BAGI MODEL POISSON DENGAN PENCILAN DAN OVERDISPERSI.....	366
KUTHA ARDANA ¹ , KHAIRIL ANWAR NOTODIPUTRO ² , KUSMAN SADIK ³	366
KELUARGA PENAKSIR MEAN POPULASI YANG MEMANFAATKAN AUXILIARY ATTRIBUTE BESERTA PARAMETERNYA	376
DJULIO RAHMAWAN ¹ • IDA FITHRIANI ² • SITI NURROHMAH ³	376
PENGUNAAN METODE JACKKNIFE EMPIRICAL LIKELIHOOD DI KOTA BANDUNG	36
PARAMETER MEAN ABSOLUTE DEVIATION.....	386
REVITA WIDASARI ¹ , IDA FITHRIANI ² , DAN SASKYA MARY SOEMARTOJO ³	386
PROPORTIONAL REDUCTION IN UNCERTAINTY (PRU) DALAM SELEKSI VARIABEL CALON DEBITURKREDIT MIKRO LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84
ANNA CHADIDJAH ¹ , ACHMAD ZANBAR SOLEH ²	395
DETERMINAN BAYI DENGAN BERAT BADAN LAHIR RENDAH DI NUSA TENGGARA TIMUR DENGAN METODE GWNBR	401
LIZA KURNIA SARI ¹	401
ANALISIS CLUSTER MENGGUNAKAN METODE FUZZY C-MEANS LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84

ESTI RAMADITIA MULATSIH ¹ , IDA FITHRIANI ² , SITI NURROHMAH ³	414
LIGAN TURUNAN DBDTP MENGGUNAKAN REGRESI BERGANDA	84
DEANA ROSAN ¹ , SITI NURROHMAH ² , IDA FITHRIANI ³	420

PENANGANAN MASALAH PELANGGARAN ASUMSI KENORMALAN SISAAN DENGAN REGRESI KUANTIL

FERRA YANUAR¹, HAZMIRA YOZZA², SITY KHAIRIYAH³

1 Jurusan Matematika FMIPA Unand, ferrayanuar@yahoo.co.id,

2 Jurusan Matematika FMIPA Unand, hazmirayozza@gmail.com

3 Jurusan Matematika FMIPA Unand, sitykhairiyah09@gmail.com

Abstrak. Analisis regresi melibatkan pemodelan antara dua buah peubah yaitu peubah respon dan peubah prediktor. Penggunaan analisis regresi berdasarkan pada beberapa asumsi yaitu kenormalan sisaan, multikolinearitas, kehomogenan ragam sisaan dan non-autokorelasi. Semua asumsi harus dipenuhi supaya diperoleh penduga parameter yang bersifat BLUE (Best Linier Unbiased Estimator). Penelitian ini bertujuan menerapkan metode regresi kuantil dalam mengatasi masalah pelanggaran asumsi kenormalan sisaan pada data bangkitan dimana galat berdistribusi eksponensial. Penduga parameter terbaik dievaluasi dengan menghitung nilai *mean square error* (MSE) terkecil. Kajian ini membuktikan bahwa metode kuantil menghasilkan nilai MSE yang lebih kecil dari MKT. Konsistensi hasil dugaan parameter dengan metode kuantil juga dievaluasi dengan melakukan studi simulasi. Penelitian ini menghasilkan bahwa kedua kelompok data bangkitan menghasilkan nilai dugaan parameter yang hampir sama. Dengan demikian metode regresi kuantil terbukti mampu mengatasi terlanggarnya asumsi kenormalan sisaan.

Kata kunci : BLUE, regresi kuantil, kenormalan sisaan, MSE, studi simulasi.

1. Pendahuluan

Analisis regresi adalah metode statistika yang bertujuan untuk memodelkan hubungan kausal antara dua jenis variabel yaitu variabel tak bebas (Y) dengan satu atau lebih variabel bebas (X). Dengan menggunakan analisis regresi dapat dilakukan pendugaan terhadap parameter model. Metode pendugaan parameter biasanya menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Metode MKT ini diterapkan jika beberapa asumsi terpenuhi, seperti asumsi kenormalan, non-multikolinieritas, kehomogenan ragam sisaan dan non autokorelasi. Semua asumsi harus terpenuhi supaya didapatkan penduga parameter yang bersifat BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*). Tetapi MKT ini sensitif terhadap penyimpangan asumsi tersebut, misalnya data tidak memenuhi asumsi kenormalan, variansi data tak homogen (heterokedastisitas), terdapat masalah multikolinearitas, autokorelasi

dan sebagainya. Pada data yang memiliki masalah tersebut tidak tepat jika digunakan metode MKT.

Metode regresi Median kemudian muncul untuk mengatasi kelemahan MKT. Metode regresi Median dilakukan dengan mengganti pendekatan rata-rata (*mean*) pada MKT menjadi median. Hal ini dilakukan dengan mempertimbangkan, apabila data berbentuk lonceng atau data tidak simetris. Pada kenyataannya, pendekatan regresi median juga dianggap kurang tepat karena regresi ini hanya melihat pada dua kelompok data. Padahal ada kemungkinan data bisa terbagi menjadi lebih dari dua kelompok. Dengan pertimbangan istilah ini berkembanglah metode regresi kuantil. Metode ini menggunakan pendekatan pendugaan parameter dengan memisahkan atau membagi data menjadi kuantil-kuantil, dengan menduga fungsi kuantil bersyarat pada suatu sebaran data tersebut dan meminimumkan sisaan mutlak berbobot yang tidak simetris. Beberapa peneliti sebelumnya telah membuktikan bahwa metode regresi kuantil ini mampu mengatasi asumsi-asumsi yang tidak terpenuhi, diantaranya adalah asumsi kenormalan, non-multikolinieritas, kehomogenan ragam serta tidak adanya korelasi antara sisaan (Yanuar, 2013 & Davino et al., 2014).

Penelitian ini bertujuan menerapkan metode regresi kuantil untuk mengatasi pelanggaran asumsi kenormalan sisaan dengan menggunakan data simulasi, yaitu 25 dan 50 kali simulasi.

2. Metode Regresi Kuantil

Pada bagian diuraikan beberapa teori terkait analisis regresi kuantil, uji signifikansi model dan uji kebaikan model.

2.1. Analisis Regresi Kuantil

Kuantil adalah salah satu cara dengan pembagian sekelompok data kepada beberapa bagian yang sama setelah data diurutkan dari yang paling kecil atau paling besar.

Fungsi kuantil dilambangkan dengan $Q_{\theta}, 0 \leq \theta \leq 1$. Misalkan Y variabel acak dengan fungsi distribusi kumulatif

$$F_y = P(Y \leq y)$$

Kuantil ke- θ dari Y adalah

$$\begin{aligned} Q_y(\theta) &= F_y^{-1}(\theta) \\ &= \text{inv} \{ y : F_y(y) \geq 0 \} \end{aligned}$$

Model persamaan regresi klasik,

$$y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + e_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

Dengan y_i adalah variabel tak bebas untuk setiap data i , $\mathbf{x}_i'$ adalah vektor $1 \times p$ yang terdiri dari p buah variabel bebas, dimana $E(y_i) = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor $1 \times p$ dari parameter dan e_i adalah galat untuk setiap data observasi i . Pendugaan parameter dengan regresi klasik, dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat, dituliskan sebagai

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.2)$$

yang mana $\hat{y}_i$ merupakan nilai dugaan bagi setiap data observasi i . Pendugaan berdasarkan median, yaitu dengan meminimumkan jumlah galat mutlak dapat ditulis dengan menggunakan persamaan

$$\min \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (2.3)$$

Seterusnya, persamaan linear bagi kuantil ke- τ dapat dituliskan dengan persamaan

$$y_i = x_i' \beta_\tau + e_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

Nilai τ berada dalam selang (0,1). Berdasarkan konsep median, dugaan untuk β dari regresi kuantil ke- τ diperoleh dengan meminimumkan jumlah nilai mutlak dari galat dengan pembobot τ untuk galat positif dan pembobot $(1-\tau)$ untuk galat negatif. Konsep ini dijadikan sebagai suatu penyelesaian untuk meminimumkan masalah dengan persamaan

$$\min_{a \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{i=1}^n \tau |y_i - a| + \sum_{i=1}^n (1-\tau) |y_i - a| \right\} \quad 0 < \tau < 1 \quad (2.5)$$

Pendugaan umum bagi kuantil ke- τ berdasarkan persamaan (2.5), dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{\beta}(\tau) = \min_{\beta \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{i=1}^n \tau |y_i - x_i' \beta_\tau| + \sum_{i=1}^n (1-\tau) |y_i - x_i' \beta_\tau| \right\} \quad (2.6)$$

Atau dapat juga dituliskan dengan

$$\hat{\beta}(\tau) = \min_{\beta \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n \rho_\tau(y_i - x_i' \beta_\tau) \quad 0 < \tau < 1 \quad (2.7)$$

Makna yang dapat ditambahkan untuk menjelaskan persamaan (2.5) dan (2.6), yaitu bahwa semua observasi yang lebih besar dari nilai kuantil, dikalikan dengan pembobot τ dan observasi yang nilainya kurang dari kuantil dikalikan dengan pembobot $(1-\tau)$. Penggunaan pembobot ini berfungsi untuk mengoptimalkan nilai LAD observasi (Yanuar, F., 2013). Adapun pemilihan pembobot yang akan digunakan adalah berdasarkan subjektif peneliti.

2.2 Uji Signifikansi Parameter Model

Statistik uji t pada regresi kuantil bertujuan untuk menguji pengaruh koefisien regresi β pada model secara terpisah

Pengujian hipotesisnya adalah :

$$H_0 : \beta_j = 0 \text{ (pengaruh variabel ke-} j \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ (pengaruh variabel ke-} j \text{ signifikan)}$$

untuk $j = 1, 2, \dots, p$. Rumus umum untuk uji t adalah :

$$t_j = \left(\frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \right) \quad (2.8)$$

dengan $\hat{\beta}_j$ merupakan koefisien regresi ke- j , $SE(\hat{\beta}_j)$ merupakan galat baku koefisien regresi ke- j . Daerah penolakannya adalah jika $|t_{hit}| > t_{\alpha/2, v}$, dimana α adalah tingkat signifikansi dan v adalah derajat bebas

2.3 Uji Normalitas (Shapiro – Wilk)

Uji Shapiro wilk digunakan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak. Hipotesis dari pengujian ini sebagai berikut :

H_0 : $X_1, X_2, \dots, X_n$ berdistribusi normal

H_1 : $X_1, X_2, \dots, X_n$ tidak berdistribusi normal

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$W = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \left[\sum_{i=1}^k a_i (X_{n-i+1} - X_i) \right]^2 \quad (2.9)$$

dimana a_i merupakan koefisien uji Shapiro wilk (diperoleh dari tabel), X_{n-i+1} adalah data ke $n - i + 1$, X_i menyatakan data ke i dan $\bar{X}$ adalah rata – rata data. Nilai statistik uji (W) yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan nilai tabel Shapiro Wilk. Jika nilai $W <$ nilai tabel maka H_0 ditolak dan sebaliknya. Uji Shapiro wilk dianggap lebih akurat digunakan jika data kurang dari 50.

2.4 Indikator Kebaikan Model

2.4.1 *PseudoR*²

Model regresi kuantil sederhana dengan n variabel bebas dapat dibentuk sebagai berikut :

$$Q_\tau(\hat{y}|x) = \hat{\beta}_0(\tau) + \hat{\beta}_1(\tau)x + \dots + \hat{\beta}_n(\tau)x \quad (2.10)$$

Indikator kebaikan model tersebut dapat diduga dengan *pseudoR*² yang dirumuskan sebagai berikut (Davino et al., 2014) :

$$pseudoR_\tau^2 = 1 - \frac{RAWS_\tau}{TASW_\tau} \quad (2.11)$$

dimana :

$$RAWS_\tau = \sum_{y_i \geq \hat{\beta}_0(\tau) + \hat{\beta}_1(\tau)x_i + \dots + \hat{\beta}_n(\tau)x_i} \tau |y_i - \hat{\beta}_0(\tau) - \hat{\beta}_1(\tau)x_i - \dots - \hat{\beta}_n(\tau)x_i| \\ + \sum_{y_i < \hat{\beta}_0(\tau) + \hat{\beta}_1(\tau)x_i + \dots + \hat{\beta}_n(\tau)x_i} (1 - \tau) |y_i - \hat{\beta}_0(\tau) - \hat{\beta}_1(\tau)x_i - \hat{\beta}_n(\tau)x_i|$$

dan

$$TASW_\tau = \sum_{y_i \geq \hat{\beta}_0(\tau) + \hat{\beta}_1(\tau)x_i + \dots + \hat{\beta}_n(\tau)x_i} \tau |y_i - \hat{\tau}| + \sum_{y_i < \hat{\beta}_0(\tau) + \hat{\beta}_1(\tau)x_i + \dots + \hat{\beta}_n(\tau)x_i} (1 - \tau) |y_i - \hat{\tau}|$$

Nilai $RAWS_\tau$ selalu lebih kurang dari nilai $TASW_\tau$, sehingga nilai $pseudoR_\tau^2$ akan berada pada rentang 0 sampai 1. Semakin dekat nilai $pseudoR_\tau^2$ ke satu maka model akan semakin baik. Namun nilai kebaikan $pseudoR_\tau^2$ tidak dapat digunakan untuk menguji kebaikan model secara keseluruhan, hanya dapat digunakan untuk menguji kebaikan model perkuantil yang dipilih.

2.4.2 *Mean Square Error (MSE)*

Suatu pendugaan parameter yang diperoleh dikatakan baik apabila memiliki nilai bias dan ragam yang kecil. Oleh karena itu, untuk melihat kebaikan pendugaan parameter berdasarkan nilai bias dan ragam secara bersamaan maka diperlukan *Mean Square Error* (MSE) (Schulze, 2004) :

$$MSE(\hat{\beta}_j(\tau_q)) = Var \left((\hat{\beta}_j(\tau_q)) \right) + Bias \left(\hat{\beta}_j(\tau_q) \right)^2 \quad (2.12)$$

dimana $MSE(\hat{\beta}_j(\tau_q))$ adalah nilai MSE dengan $j = 1, 2, \dots, p$, τ_q menyatakan kuantil ke- q , $q=1, 2, \dots, k$. $Var \left((\hat{\beta}_j(\tau_q)) \right)$ adalah nilai variansi dari kuantil yang terpilih dan $Bias \left(\hat{\beta}_j(\tau_q) \right)$ adalah nilai bias dari kuantil yang diperoleh yaitu selisih nilai dugaan dengan nilai tetapan dengan rumus :

$$Bias \left(\hat{\beta}_j(\tau_q) \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left((\hat{\beta}_j(\tau_q)) - (\beta_j(\tau_q)) \right) \quad (2.13)$$

3. Penerapan Metode Regresi Kuantil pada Data Bangkitan

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data bangkitan berukuran 30. Data untuk variabel X_1 dibangkitkan dari sebaran $N(0,1)$ dan variabel X_2 dibangkitkan dari sebaran $t_{(1)}$. Variabel tak bebas Y ditetapkan dengan nilai $y = 2x_1 + 0.5x_2 + \varepsilon_1$ dimana $\varepsilon_1 = \varepsilon - 1$ dengan ε dibangkitkan dari sebaran EXP (1). Variabel sisaaan yang dibangkitkan diatur sedemikian hingga menyebabkan variabel respon tidak menyebar normal. Data tersebut kemudian dimodelkan dengan menggunakan metode regresi kuantil.

3.1 Hasil Estimasi Parameter Model Dengan Metode Regresi Kuantil dan Metode Kuadrat Terkecil

3.1.1 Hasil Estimasi Parameter Model Dengan Metode Regresi Kuantil

Berikut ini adalah hasil pemodelan data dengan menggunakan metode kuantil. Nilai kuantil yang dipilih adalah kuantil ke- $\tau = 0.10, 0.25, 0.50, 0.75$ dan 0.90 . Model hipotesis yang digunakan pada kasus ini adalah $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon_1$. Tabel 3.1 berikut menampilkan rata-rata hasil pendugaan parameter model untuk β_0 , β_1 , dan β_2 untuk 50 kali simulasi dan nilai standar error untuk setiap model.

Tabel 3.1 Nilai Parameter Dugaan Regresi Kuantil

Kuantil ke τ	Parameter	Nilai dugaan	Standar Error
		0.096095*	
		0.492669*	
		0.506277*	
		0.504950*	
0		1.458130*	
		0.524259*	
0		2.488925*	
	b1		
		0.530675*	

(*setiap nilai dugaan signifikan pada $\alpha = 0,05$).

Tabel 3.1 memberikan informasi dugaan koefisien model ($\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$) pada kuantil ke-0,1 masing-masing adalah 1.908114 dan

0.49267. Nilai tersebut sudah cukup dekat dengan nilai awal yang ditetapkan yaitu $b_1 = 2$ dan $b_2 = 0.5$. Hasil yang tidak jauh berbeda juga diperoleh pada kuantil ke-25 yaitu $\hat{\beta}_1 = 1.94374$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.506277$. Kuantil ke-0,5 nilai koefisien modelnya yaitu $\hat{\beta}_1 = 1.87427599$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.50494997$. Kuantil ke-0,75 nilai koefisien modelnya adalah $\hat{\beta}_1 = 1.932415$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.524259$. Kuantil ke-0,90 nilai koefisien modelnya $\hat{\beta}_1 = 1.759540$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.530678$.

Selanjutnya adalah melakukan uji kebaikan model dengan menghitung nilai $pseudoR^2$. Tabel 3.2 menampilkan nilai $pseudoR^2$ pada masing-masing kuantil Analisis ini menghasilkan nilai $PseudoR^2$ yang cukup beragam pada masing-masing kuantil namun tetap diatas 50%, dengan nilai $PseudoR^2$ terbesar adalah pada model dugaan yang berada pada kuantil ke 0.1 yaitu sebesar 0.85476

Tabel 3.2 Nilai $PseudoR^2$

Kuantil ke τ	
	0.85476
	0.806906

Sebagaimana diketahui bahwa nilai $PseudoR^2$ ini juga menyatakan besarnya kebaikan suatu model dugaan. Dengan demikian semua model dugaan yang dihasilkan dari metode kuantil ini sudah memenuhi kriteria kebaikan model. Dapat terlihat bahwa ada kecenderungan penurunan nilai $PseudoR^2$ dengan bertambahnya nilai kuantil.

3.1.2 Hasil Estimasi Parameter Model Dengan Metode Kuadrat Terkecil

Tabel 3.3 di bawah ini menampilkan rata-rata hasil pendugaan parameter model untuk β_0 , β_1 , dan β_2 dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil dan nilai standar error untuk setiap model.

Tabel 3.3 Nilai Parameter Dugaan Metode Kuadrat Terkecil

Parameter	Nilai dugaan	Standar Error	
			0.91875

Tabel 3.3 memberikan informasi bahwa nilai dugaan mutlak koefisien model ($\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$) masing-masing adalah 1.87760 dan 0.48589. Nilai tersebut sudah cukup dekat dengan nilai awal yang ditetapkan yaitu $b_1 = 2$ dan $b_2 = 0.5$. Nilai R^2 yang merupakan indikator kebaikan model adalah 0.91875.

Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Model dengan Metode Regresi Kuantil dan Metode Kuadrat Terkecil

Kebaikan pendugaan parameter regresi dapat dilihat berdasarkan nilai *mean square error* (MSE). Perbandingan nilai MSE dari Metode Regresi Kuantil dengan Metode Kuadrat Terkecil disajikan pada Tabel 3.4 berikut.

Tabel 3.4 Nilai MSE Regresi kuantil dan Metode Kuadrat Terkecil

Parameter	MSE Regresi Kuantil					MKT
		0				0 8 453
		0				01748
						00127

3.3 Uji Normalitas Nilai $\hat{Y}$

Selanjutnya dilakukan uji normalitas terhadap nilai $\hat{Y}$ untuk setiap kuantil yang diamati. Uji normalitas bertujuan untuk memastikan bahwa sebaran nilai $\hat{Y}$ telah menyebar normal.

Tabel 3.5. Uji Kenormalan dengan Uji Shapiro –Wilk

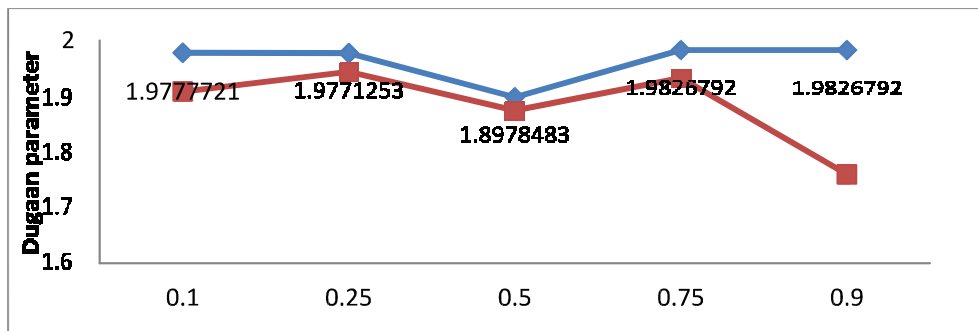
Kuantil ke	Shapiro Wilk		

untuk nilai $\hat{P}$ telah berdistribusi normal.

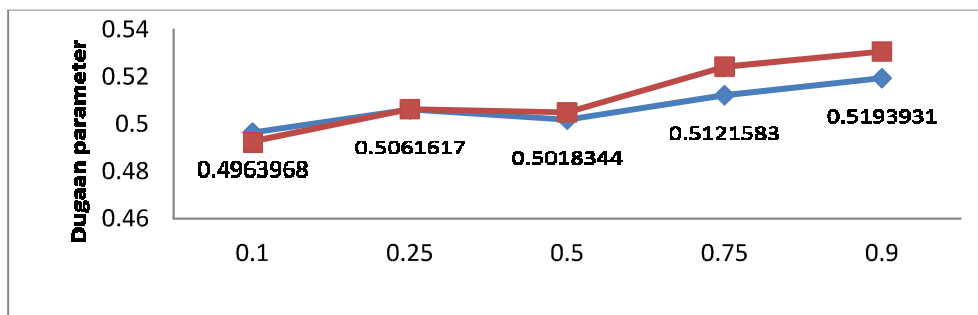
3.4 Studi Simulasi Untuk Mendeteksi Konsistensi Hasil Regresi Kuantil

Kuantil ke τ	Parameter	Nilai Dugaan (Galat Baku)	
		25 kali simulasi	50 kali Simulasi
		(0.031063) (0.030505)	(0.03929)
		(0.051960)	
		(0.055006) (0.058034) (0.030231)	(0.05933) (0.06018) (0.02898)
		(0.052303)	
		(0.073960)	

Berikut dapat dilihat trend perubahan nilai koefisien regresi ($\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$) pada tiap bangkitan untuk setiap kuantil terpilih yang diilustrasikan pada Gambar 3.1 berikut.



(a)



(b)

Gambar 3.1 Nilai Rata-rata Parameter untuk 25 dan 50 Simulasi Untuk Setiap Kuantil, (a) Koefisien β_1 dan (b) Koefisien β_2

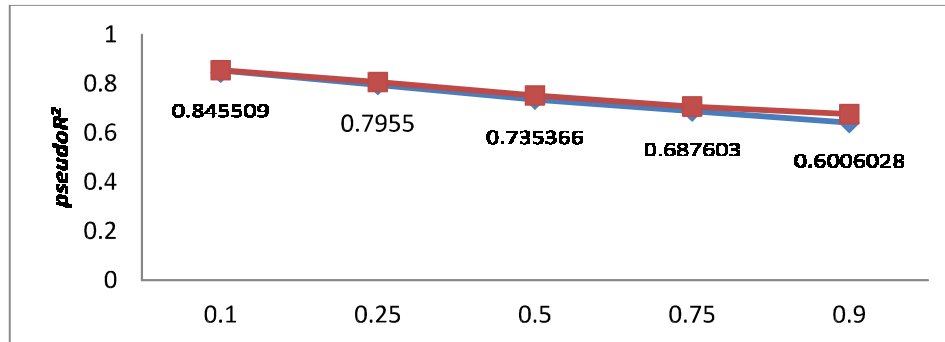
Keterangan gambar : warna merah untuk simulasi 25 kali
warna biru untuk simulasi 50 kali

Berdasarkan tabel dan gambar di atas dapat dilihat bahwa nilai dugaan parameter untuk 25 dan 50 kali bangkitan menghasilkan nilai yang cukup dekat.

Kemudian dilakukan uji kebaikan model dengan menghitung nilai $pseudoR^2$. Nilai $PseudoR^2$ untuk setiap model disajikan pada tabel di bawah ini.

Kuantil ke τ	Nilai $pseudoR^2$ 25 Simulasi	Nilai $pseudoR^2$ 50 simulasi

Gambar 3.2 berikut ini mengilustrasikan perubahan nilai $PseudoR^2$ untuk setiap nilai kuantil yang diamati pada 25 dan 50 kali simulasi. Dapat terlihat bahwa ada kecenderungan penurunan nilai $PseudoR^2$ dengan bertambahnya nilai kuantil.



Gambar 3.2 Nilai $PseudoR^2$ Untuk Setiap Kuantil Pada Setiap Simulasi

Keterangan gambar : warna merah untuk simulasi 25 kali
warna biru untuk simulasi 50 kali

3. Kesimpulan

Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan hasil dugaan parameter antara MKT dan metode kuantil untuk data dengan galatnya tidak berdistribusi normal. Kajian ini memilih nilai kuantil adalah kuantil ke- $\tau = 0.10, 0.25, 0.50, 0.75$ dan 0.90 . Pendugaan parameter pada kuantil yang berbeda-beda ini menghasilkan nilai dugaan yang hampir sama untuk setiap parameter yang bersesuaian. Kajian ini juga membuktikan bahwa penduga parameter yang terbaik adalah penduga dengan metode kuantil, karena penduga tersebut menghasilkan nilai MSE yang lebih kecil dari MKT. Konsistensi dari penduga kuantil diuji dengan melakukan studi simulasi sebanyak 25 dan 50 kali bangkitan. Didapati bahwa hasil dugaan parameter untuk kedua bangkitan menghasilkan nilai yang hampir sama.

Referensi

- [1] Davino, Christina, dkk. 2014. *Quantile Regresion Theory and Aplications*. Pondicherry. India
- [2] Schulze, N. 2004. *Applied Quantile Regression: Microeconomic, Financial, and Environmental Analyses*. Tubingen: Universitat Tubingen
- [3] Yanuar, F. 2013. Quantile Regression Approach to Determine the Indicator of Hcalth Status. *Scientific Research Journal*, 1 : 17 - 23
- [4] Yu K. 2003. Quantile regression: Applications and Current Research Area. *The Statistician*, 52 (3): 331-350