

Penghitungan Kekuatan Kritis Elasto-Plastik Struktur Atap Berdasarkan Pendekatan Numerik Linear Elastik dan Konsep Buckling pada Kolom

Eka Satria^{1,*}, Syafrinaldi¹

¹Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Andalas, Padang

Email: ekasatria@ft.unand.ac.id^{*}

Abstrak

Metode perancangan yang paling sering digunakan untuk menghitung beban kritis struktur adalah melalui pendekatan numerik. Hal ini disebabkan karena pendekatan numerik dapat diaplikasikan pada banyak model dan dengan biaya yang murah. Pendekatan numerik yang dipertimbangkan paling mendekati kondisi sebenarnya adalah dengan memperhitungkan ketidaklinearan geometri dan material (elasto-plastik). Akan tetapi pendekatan tipe ini membutuhkan kemampuan matematika dan teknik pemrograman yang cukup handal. Di sisi lain, analisa linear elastik dipandang sebagai pendekatan numerik yang paling sederhana, mudah untuk dipahami dan mudah untuk diprogram. Hanya saja akurasi hasil yang diberikan tidak sebaik pendekatan elasto-plastik.

Kegagalan struktur atap umumnya berawal dari kegagalan *buckling* pada rangka batang penyusun. Satu batang yang mengalami kegagalan akan berturut-turut mempengaruhi batang-batang lainnya, sehingga secara akumulasi akan menyebabkan kegagalan struktur atap. Untuk menghitung kegagalan rangka batang ini, beberapa persamaan desain telah diturunkan berdasarkan konsep *buckling* pada kolom. Salah satunya adalah persamaan *Dunkerley* yang dapat menghitung kekuatan aksial *elasto-plastik* rangka batang jika kekuatan aksial linearnya diketahui.

Makalah ini ditujukan untuk memprediksi kekuatan kritis elasto-plastik struktur melalui gabungan dua konsep di atas; analisa linear elastik dan konsep *buckling* pada kolom. Kekuatan kritis elasto-plastik struktur nantinya dihitung berdasarkan asumsi linear dari perbandingan antara beban aksial yang bekerja pada batang penyusun struktur dari analisis linear elastik terhadap beban aksial elasto-plastik pada batang dari konsep *buckling* pada kolom dengan perbandingan antara kekuatan kritis struktur dari analisis linear elastik terhadap kekuatan estimasi elasto-plastik struktur. Hasil akhir yang diperoleh adalah diperolehnya suatu persamaan desain sederhana yang direkomendasikan untuk menghitung kekuatan elasto-plastik struktur. Hal ini sangat bermanfaat bagi praktisi di lapangan sehingga dapat dengan mudah dan cepat dalam memperkirakan harga kekuatan kritis struktur.

Keywords: buckling, kolom, elasto-plastik, linear elastik, rangka-batang

Abstract

A technique that is frequently used to determine the critical load of the roof structures is a numerical method. The main reason for this fact because through this method many models can be solved in the short time and it only needs a very low cost. A numerical method that is considered as the best approach in analyzing a structure is elasto-plastic analysis. This analysis involves both nonlinearity material and geometry in its calculation. However, this analysis also needs an advanced mathematical ability and programming technique. In contrary, linear elastic analysis is considered as the simple approach due to its simplicity in programming. However, compared to the elasto-plastic analysis, the accuracy of this approach is not too good.

In the other side, collapse of the roof structures is usually started from the buckle of the roof's members. Since one member has been failed due to *buckling*, other members will be inevitably affected, and its accumulation will cause the failure of the roof structure. To calculate the critical buckling load of the member, many design equations have been derived based on the column buckling analysis. In this paper, a *Dunkerley* equation is chosen and used to determine the elasto-plastic buckling load of the member. The buckling load will be easily calculated if the linear axial load of the member is given.

This paper is aimed to predict the elasto-plastic strength of the roof structures based on two concepts; first, a numerical approximation using linear elastic analysis, and second, a *Dunkerley* equation based on column buckling analysis. The final result is given in form of simple practical design equation in estimating the elasto-plastic strength of the roof structures.

Keywords: buckling, column, elasto-plastic, linear elastic, framework

1. Pendahuluan

Dewasa ini, penggunaan struktur ruang dengan bentangan yang besar telah menarik perhatian lebih dari para insinyur untuk dirancang. Alasannya adalah karena bentuk struktur yang dapat dibuat dengan atraktif, elegan dan indah, disamping juga karena kekuatan stuktur yang baik dengan biaya konstruksi yang ekonomis. Bagian atap struktur ini biasanya dimodelkan sebagai struktur *lattice shell* yang dibangun dari sekumpulan batang rangka yang sangat kaku satu sama lainnya, dan kemudian ditumpu oleh dinding beton pada bagian sisi luarnya tanpa adanya tiang-tiang dalam sebagai penahan. Ketiadaan tiang-tiang ini menjadikan struktur ini mampu menyediakan ruang yang cukup besar pada bagian dalamnya. Ruangan inilah yang menjadi keuntungan paling utama, sehingga dapat dimanfaatkan untuk berbagai aktifitas yang dilakukan oleh orang-orang dalam jumlah besar. Contoh-contoh bangunan sebagai aplikasi struktur ini adalah *dome*, *gimnasium*, stadion olahraga, *hanger*, *hall* dan lain-lain.

Metode perancangan yang paling sering digunakan untuk menghitung beban kritis struktur tersebut adalah melalui pendekatan numerik. Hal ini disebabkan karena pendekatan numerik dapat diaplikasikan pada berbagai macam model dan dengan biaya yang murah. Pendekatan numerik yang dipertimbangkan paling mendekati kondisi sebenarnya di lapangan adalah dengan memperhitungkan ketidaklinearan geometri dan material (analisis elasto-plastik). Akan tetapi pendekatan tipe ini membutuhkan kemampuan matematika dan teknik komputasi yang cukup handal. Di sisi lain, analisis linear elastik dipandang sebagai pendekatan numerik yang paling sederhana, mudah dipahami dan mudah dikomputasi. Akan tetapi, hasil penghitungan yang diberikan oleh pendekatan tipe ini tidaklah seakurat hasil pendekatan elasto-plastik.

Kegagalan struktur atap umumnya berawal dari kegagalan *buckling* pada rangka batang penyusun. Satu batang yang mengalami kegagalan akan berturut-turut mempengaruhi batang-batang lainnya, sehingga secara akumulasi akan menyebabkan kegagalan struktur atap. Untuk menghitung kegagalan rangka batang ini, beberapa persamaan desain telah diturunkan berdasarkan konsep *buckling* pada kolom. Salah satunya adalah persamaan *Dunkerley* yang dapat menghitung kekuatan aksial *elasto-plastik* rangka batang jika kekuatan aksial linearnya diketahui.

Makalah ini ditujukan untuk memprediksi kekuatan kritis elasto-plastik struktur melalui gabungan dua konsep di atas; analisa linear elastik dan konsep *buckling* pada kolom. Kekuatan kritis elasto-plastik struktur nantinya dihitung berdasarkan asumsi linear dari perbandingan antara beban aksial yang bekerja pada batang penyusun struktur dari analisis linear elastik terhadap beban aksial elasto-plastik pada batang dari konsep *buckling* pada kolom dengan perbandingan antara kekuatan kritis struktur dari analisis linear elastik terhadap kekuatan estimasi elasto-plastik struktur. Hasil akhir yang diperoleh adalah diperolehnya suatu persamaan disain sederhana yang direkomendasikan untuk menghitung kekuatan elasto-plastik struktur. Hal ini sangat bermanfaat bagi praktisi di lapangan sehingga dapat dengan mudah dan cepat dalam memperkirakan harga kekuatan kritis struktur.

2. Kajian Pustaka

2.1 Kekuatan Elasto-Plastik Batang

Prosedur penghitungan kekuatan kritis elasto-plastik batang dengan menggunakan teori *buckling* pada kolom adalah sebagai berikut:

1. Menentukan batang yang akan dijadikan referensi perhitungan.

Batang yang dijadikan referensi adalah batang pada struktur atap yang mengalami pembebanan aksial paling besar diantara keseluruhan batang yang diperoleh melalui analisa linear elastik. Secara matematika hal ini dapat diketahui dari rasio perbandingan terbesar antara beban aksial batang dan beban maksimum (batas luluh),

$$\frac{N_{cr}^{lin}}{N_p}$$

2. Menentukan faktor reduksi kekuatan kritis batang, α_0 .

Faktor reduksi yang digunakan dalam makalah ini mengadopsi harga $\alpha_0 = 1.0; 0.8; 0.7; 0.6$. Faktor reduksi menunjukkan tingkat kesensitifan batang terhadap adanya cacat geometri yang dapat menurunkan kekuatan kritis struktur [1,2,6,7,8]. Harga α_0 yang semakin kecil menunjukkan tingkat reduksi yang besar yang berarti struktur sangat sensitif terhadap adanya cacat geometri.

3. Penghitungan beban kritis elasto-plastik batang (N_{cr}^{el-pl}) dengan menggunakan persamaan Dunkerley [1] sebagaimana yang diperlihatkan oleh Pers.(1) dengan variasi dua faktor keamanan, F_{SB} dan F_{SM} .

$$\Lambda_{e(m)}^2 \cdot \left(\frac{F_{SB} \cdot N_{cr}^{el-pl}}{N_p} \right) + \left(\frac{F_{SM} \cdot N_{cr}^{el-pl}}{N_p} \right)^2 = 1 \quad (1)$$

dengan

$$\Lambda_{e(m)} = \sqrt{\frac{N_{p(m)}}{\alpha_0 \cdot N_{cr}^{lin}}} \quad (2)$$

Pers.(1) di atas menggunakan dua faktor keamanan F_{SB} dan F_{SM} , dimana F_{SB} adalah faktor keamanan yang berhubungan dengan *buckling* elastis atau ketidaklinearan geometri, sedangkan F_{SM} adalah faktor keamanan untuk mengatasi segala bentuk ketidaklinearan material. Tabel 1 memperlihatkan harga-harga kedua faktor keamanan yang digunakan. Ada tiga jenis harga faktor keamanan yang digunakan; *pertama*, diberikan oleh standar AIJ (*Architectural Institute of Japan*) [4] dimana $F_{SB}=2.17$ dan $F_{SM}=1.50$; *kedua*, disarankan oleh Kollar [3], dimana $F_{SB}=2.50$ dan $F_{SM}=1.75$; dan *ketiga*, tidak memperhitungkan faktor-faktor keamanan, dimana $F_{SB}=1.0$ dan $F_{SM}=1.0$.

Table 1. Harga Faktor Keamanan

	AIJ	Kollar	Ultimate
F_{SB}	2.17	2.50	1.00
F_{SM}	1.50	1.75	1.00

2.2 Prediksi Kekuatan Kritis Elasto-Plastik Struktur Atap

Kekuatan kritis elasto-plastik struktur atap diprediksi berdasarkan asumsi perbandingan linear antara beban aksial yang bekerja pada batang penyusun struktur dari analisis linear elastik terhadap beban aksial *elasto-plastik* pada batang dari konsep *buckling* pada kolom dengan perbandingan antara kekuatan kritis struktur dari analisis linear elastik terhadap kekuatan estimasi *elasto-plastik* struktur. Secara matematika, hubungan ini dinyatakan dalam Pers.(3) sebagai berikut:

$$\frac{N_{cr}^{lin}}{N_{cr}^{el-pl}} = \frac{P_{d0}}{P_{cr}^{el-pl}} \quad (3)$$

Estimasi harga kekuatan kritis elasto plastik struktur diperoleh dari Pers.(4) berikut:

$${}^{es}P_{cr}^{el-pl} = \frac{N_{cr}^{el-pl}}{N_{cr}^{lin}} P_{d0} \quad (4)$$

dimana N_{cr}^{lin} adalah kekuatan batang maksimum dari analisa linear elastik, N_{cr}^{el-pl} adalah kekuatan batang elasto-plastik yang dihitung dari teori *buckling* pada kolom (Pers.(1)), P_{d0} adalah beban maksimum dari struktur atap yang dihitung dari analisa linear elastik. Harga P_{d0} diambil ketika harga dan harga N_{cr}^{lin} juga diambil pada untuk kondisi beban P_{d0} . Penetapan harga maksimum untuk δ_{max} ini didasarkan pada kriteria desain yang terdapat pada Standar Perancangan Struktur Baja yang dikeluarkan oleh AIJ (*Architectural Institute of Japan*) dinyatakan bahwa perpindahan maksimum akibat beban kritis berdasarkan analisis elastis harus kecil atau sama dari $\delta_{max}=L/300$, dimana L adalah panjang bentangan atap maksimum [4]. ${}^{es}P_{cr}^{el-pl}$ adalah harga estimasi kekuatan elasto-plastik dari struktur atap.

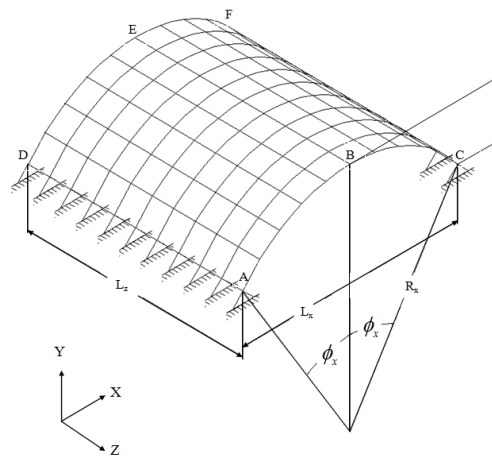
3. Pemodelan Numerik

3.1. Pemodelan Geometri

Suatu struktur atap berbentuk panel silinder seperti yang diperlihatkan pada Gambar.1 dijadikan sebagai contoh kasus. Permukaan struktur atap ini dibangun dari pola *grid* segiempat, dengan dua sisi permukaan atap diasumsikan dalam bentuk *circular* ABC dan DEF, sedangkan dua sisi lain tidak mengalami perubahan ketinggian, sisi AD dan CF. Panjang sisi AC dilambangkan dengan L_x , sedangkan panjang mendatar sisi AD dilambangkan dengan L_z .

Sambungan antar batang dimodelkan sebagai sambungan yang sangat kaku yang dapat menahan gaya-gaya aksial dan momen lentur. Struktur ini ditumpu pada bagian sisi yang tidak mengalami perubahan ketinggian (sisi lurus AD dan CF) dengan tumpuan jenis jepit.

Sisi yang berbentuk *circular* (busur ABC) dibentuk dari sudut bukaan sebesar $2\phi_x$ dengan radius R_x pada kedua ujung busurnya. Ketinggian sisi *circular* sebesar H jika diambil dari permukaan bawah struktur atap. Sudut bukaan ϕ_x dibuat bervariasi dari 20° , 25° , 30° , 35° dan 40° . Dengan menggunakan variasi sudut bukaan ϕ_x tersebut, maka parameter-parameter desain lain seperti R_x, L_x, L_z dan H dapat dihitung, seperti yang diberikan pada Tabel 2.



Gambar 1. Permukaan struktur yang berbentuk *circular*

Tabel 2. Dimensi Struktur Rangka Atap

ϕ_x (deg.)	R_x (cm)	L_x (cm)	L_z (cm)	H (cm)
20	5730	3912	4000	346
25	4584	3874	4000	429
30	3820	3820	4000	512
35	3274	3756	4000	592
40	2865	3683	4000	670

3.2 Pemilihan Material Batang

Material yang digunakan untuk batang rangka atap ini diasumsikan mempunyai tegangan luluh, $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$ dan modulus elastisitas, $E = 210 \text{ GPa}$. Geometri rangka batang yang digunakan dalam struktur ini dengan variasi rasio kelangsingan (λ_0) yang berbeda-beda seperti yang diberikan pada Tabel 3 berikut ini.

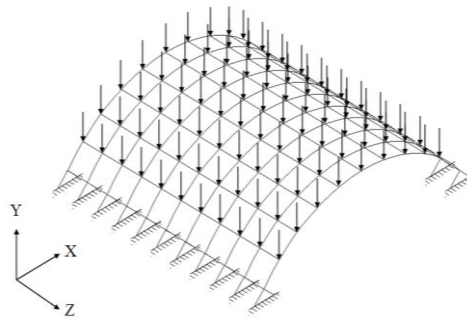
Tabel 3. Karakteristik Batang yang Digunakan

λ_0	20	30	40	50
d_0 (cm)	56.57	37.71	28.28	22.63
t_0 (cm)	1	1	1	1
A (cm ²)	177.71	118.48	88.86	71.09
I_y (cm ⁴)	71086	21063	8860	4550
N_p (kN)	4176	2784	2088	1671
M_p (kN cm)	75200	33422	18800	12032

Diameter luar dari batang pipa dilambangkan dengan d_0 dan ketebalan t_0 . Parameter A dan I_y merupakan luas penampang batang dan momen inersia penampang. Parameter N_p dan M_p adalah beban aksial maksimum dan momen maksimum yang bisa ditahan batang sebelum peluluhan terjadi.

3.3 Pemodelan Kondisi Batas dan Pembebanan

Struktur rangka atap ini dihubungkan ke bagian pinggir atap dengan menggunakan tumpuan jepit dimana pada setiap nodalnya, baik perpindahan aksial maupun rotasi terhadap sumbu-x, sumbu-y, dan sumbu-z ditahan. Struktur ini diberi tumpuan di sepanjang dua sisi yang berhadapan. Sisi yang diberi tumpuan adalah sisi bagian samping yang ditunjukkan oleh sisi AB dan CD.



Gambar 2. Pembebanan seragam

Beban seragam P diberikan pada setiap nodal dari struktur, seperti yang diperlihatkan pada Gambar.2. Beban tersebut diberikan dalam arah sumbu-y negatif pada setiap nodal kecuali tumpuan.

4. Hasil dan Pembahasan

Melalui hasil penghitungan linear elastik dan persamaan Dunkerley (Pers.(1)), maka kekuatan elasto-plastik struktur hasil estimasi ($^{es}P_{cr}^{el-pl}$) diperoleh dengan menggunakan Pers.(4). Untuk melihat akurasi, hasil estimasi kemudian diperbandingkan dengan hasil kekuatan elasto-plastik struktur melalui pendekatan numerik ($^{num}P_{cr}^{el-pl}$)

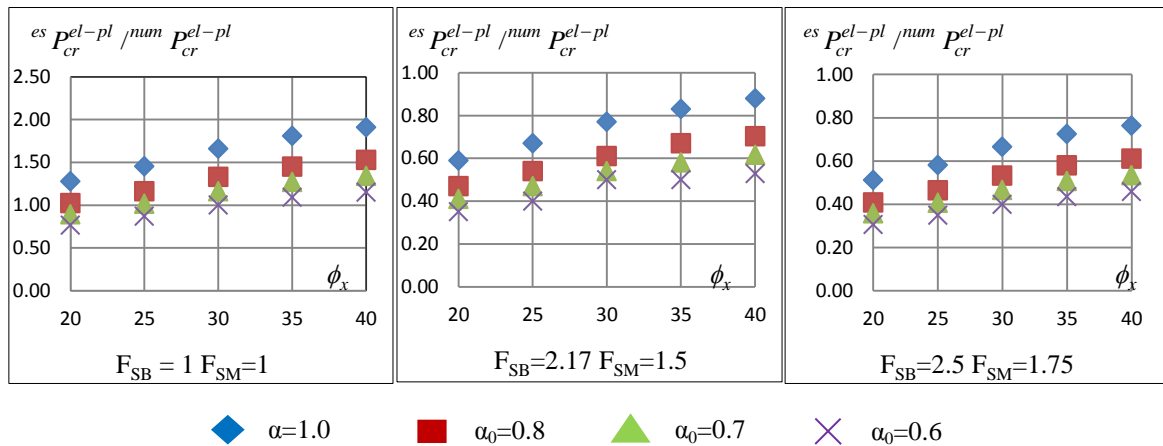
4.1 Rasio Perbandingan $^{es}P_{cr}^{el-pl} / ^{num}P_{cr}^{el-pl}$ terhadap Variasi Sudut Bukaannya (ϕ_x)

Gambar. 3 memperlihatkan rasio perbandingan antara kekuatan struktur hasil estimasi dengan kekuatan struktur elasto-plastik hasil perhitungan numerik ($^{es}P_{cr}^{el-pl} / ^{num}P_{cr}^{el-pl}$) terhadap variasi sudut bukaan (ϕ_x). Geometri struktur panel silinder divariasikan dalam 5 buah sudut bukaan (ϕ_x) = 20, 25, 30, 35, dan 40. Kekuatan elasto-plastik batang dihitung dengan teori kolom *buckling* dengan menggunakan tiga pasang faktor-faktor keamanan dan variasi faktor reduksi $\alpha_0 = 1.0, 0.8, 0.7,$ dan 0.6 . Rasio kelangsingan batang diasumsikan konstan dalam harga $\lambda_0=20$.

Penggunaan persamaan Dunkerley dengan faktor keamanan $F_{SB}=1$ dan $F_{SM}=1$, diperoleh rata-rata kekuatan estimasi struktur terhadap kekuatan elasto- plastik dari hasil numerik ($^{es}P_{cr}^{el-pl} / ^{num}P_{cr}^{el-pl}$) untuk ke lima variasi sudut bukaan (ϕ_x) diperoleh sebesar 0.97 (nilai rata-rata) ± 0.16 (standar deviasi) untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.6$, 1.14 ± 0.18 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.7$, 1.30 ± 0.21 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.8$, dan 1.62 ± 0.26 untuk faktor reduksi $\alpha_0=1.0$.

Penggunaan persamaan Dunkerley dengan faktor keamanan $F_{SB}=2.17$ dan $F_{SM}=1.50$ (disarankan oleh AIJ), diperoleh rata-rata kekuatan estimasi struktur terhadap kekuatan elasto-plastik dari hasil numerik ($^{es}P_{cr}^{el-pl} / ^{num}P_{cr}^{el-pl}$) untuk ke lima variasi sudut bukaan (ϕ_x) diperoleh sebesar 0.46 (nilai rata-rata) ± 0.07 (standar deviasi) untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.6$, 0.52 ± 0.08 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.7$, 0.60 ± 0.10 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.8$, dan 0.75 ± 0.12 untuk faktor reduksi $\alpha_0=1.0$.

Penggunaan persamaan Dunkerley dengan faktor keamanan $F_{SB}=2.50$ dan $F_{SM}=1.75$ (disarankan oleh Kollar), diperoleh rata-rata kekuatan estimasi struktur terhadap kekuatan elasto- plastik dari hasil numerik ($^{es}P_{cr}^{el-pl} / ^{num}P_{cr}^{el-pl}$) untuk ke lima variasi sudut bukaan (ϕ_x) diperoleh sebesar 0.97 (nilai rata-rata) ± 0.16 (standar deviasi) untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.6$, 1.14 ± 0.18 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.7$, 1.30 ± 0.21 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.8$, dan 1.62 ± 0.26 untuk faktor reduksi $\alpha_0=1.0$.

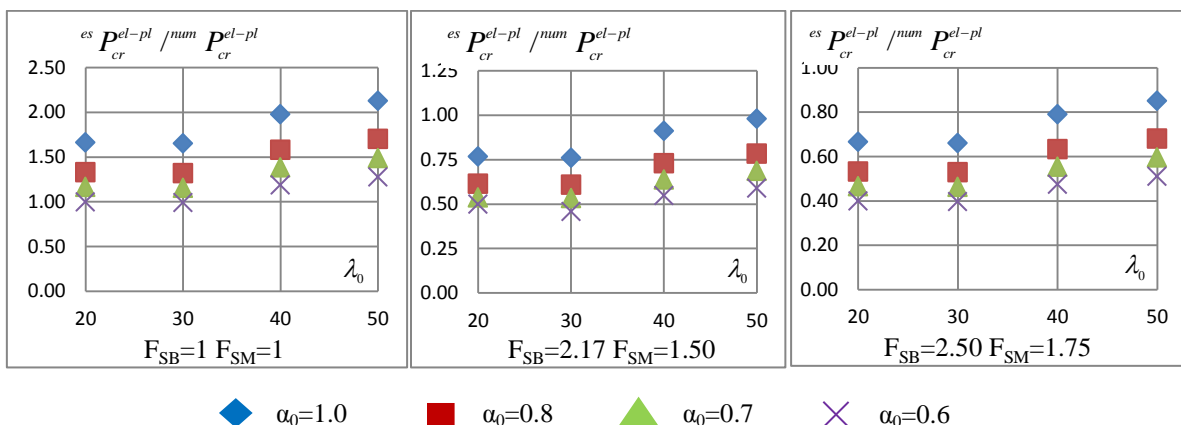


Gambar 3. Rasio perbandingan antara kekuatan struktur hasil estimasi dengan kekuatan struktur elasto-plastik hasil perhitungan numerik ($\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}}$) dengan rasio kelangsingan $\lambda_0 = 20$ terhadap variasi sudut bukaan (ϕ_x)

4.2. Rasio Perbandingan $\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}}$ terhadap Variasi Rasio Kelangsingan Batang (λ_0)

Gbr.4 memperlihatkan rasio perbandingan antara kekuatan struktur hasil estimasi dengan kekuatan struktur elasto-plastik hasil perhitungan numerik ($\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}}$) terhadap variasi rasio kelangsingan batang (λ_0). Dimensi rangka batang divariasikan dalam 4 buah rasio kelangsingan (λ_0) = 20, 30, 40, dan 50. Kekuatan elasto-plastik batang dihitung dengan teori kolom buckling dengan menggunakan tiga pasang faktor-faktor keamanan dan variasi faktor reduksi $\alpha_0 = 1.0, 0.8, 0.7,$ dan 0.6 . Variasi sudut bukaan (ϕ_x) = 30.

Penggunaan persamaan Dunkerley dengan faktor keamanan $F_{SB}=1$ dan $F_{SM}=1$, diperoleh rata-rata kekuatan estimasi struktur terhadap kekuatan elasto-plastik dari hasil numerik ($\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}}$) untuk ke empat variasi rasio kelangsingan batang (λ_0) diperoleh sebesar 1.11 (nilai rata-rata) \pm 0.13 (standar deviasi) untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.6$, 1.29 ± 0.51 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.7$, 1.48 ± 0.18 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.8$, dan 1.85 ± 0.23 untuk faktor reduksi $\alpha_0=1.0$.



Gambar 4. Rasio perbandingan antara kekuatan struktur hasil estimasi dengan kekuatan struktur elasto-plastik hasil perhitungan numerik ($\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}}$) terhadap dimensi rangka batang (λ_0) dengan sudut bukaan $\phi_x = 30$

Penggunaan persamaan Dunkerley dengan faktor keamanan $F_{SB}=2.17$ dan $F_{SM}=1.50$, diperoleh rata-rata kekuatan estimasi struktur terhadap kekuatan elasto-plastik dari hasil numerik ($\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}}$) untuk ke empat variasi rasio kelangsingan batang (λ_0) diperoleh sebesar 0.52 (nilai rata-rata) \pm 0.05 (standar deviasi) untuk faktor

reduksi $\alpha_0=0.6$, 0.6 ± 0.07 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.7$, 0.68 ± 0.08 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.8$, dan 0.85 ± 0.1 untuk faktor reduksi $\alpha_0=1.0$.

Penggunaan persamaan Dunkerley dengan faktor keamanan $F_{SB}=2.50$ dan $F_{SM}=1.75$ (disarankan oleh Kollar [3]), diperoleh rata-rata kekuatan estimasi struktur terhadap kekuatan elasto-plastik dari hasil numerik ($es P_{cr}^{el-pl} / num P_{cr}^{el-pl}$) untuk ke empat variasi rasio kelangsingan batang (λ_0) diperoleh sebesar 0.44 (nilai rata-rata) ± 0.05 (standar deviasi) untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.6$, 0.51 ± 0.06 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.7$, 0.59 ± 0.07 untuk faktor reduksi $\alpha_0=0.8$, dan 0.74 ± 0.09 untuk faktor reduksi $\alpha_0=1.0$.

4.3 Persamaan Pendekatan Penghitungan Kekuatan Kritis Elasto-Plastik Struktur

Persamaan pendekatan yang digunakan untuk menghitung kekuatan kritis elasto-plastik didekati dengan menggunakan teknik regresi kuadrat terkecil berganda (*multiple least square regression*) [5]. Persamaan pendekatan yang diambil adalah penjumlahan dari dua buah persamaan orde-1, masing-masing terhadap sumbu x_1 dan sumbu x_2 . Hubungan ini secara matematika dijelaskan sebagai berikut:

$$y_{pendekatan} = y(x_1, x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \tag{5}$$

Pada Pers.(5) ini sumbu y mewakili parameter $es P_{cr}^{el-pl}$ sumbu x_1 mewakili harga sudut bukaan (ϕ_x) yang telah dikonversikan ke dalam radian, dan sumbu x_2 mewakili harga rasio kelangsingan batang (λ_0). Dari hasil penerapan regresi linear berganda diperoleh persamaan-persamaan pendekatan seperti terlihat pada Tabel.3 berikut:

Tabel.3 Persamaan rekomendasi penghitungan kekuatan elasto-plastik struktur dalam berbagai variasi α_0

F_{SB} dan F_{SM}	α_0	$es P_{cr}^{el-pl}$ (kN) (Persamaan Pendekatan)	$\left(\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}} \right)_{rata-rata}$
$F_{SB}=1.0$ $F_{SM}=1.0$ (Kondisi ultimate)	1	$es P_{cr}^{el-pl} = 304.66 - 5.35\phi_x - 1.75 \times 10^{-1} \lambda_0$	1.82
	0.8	$es P_{cr}^{el-pl} = 243.74 - 4.27\phi_x - 0.13\lambda_0$	1.45
	0.7	$es P_{cr}^{el-pl} = 213.28 - 3.74\phi_x - 0.12\lambda_0$	1.27
	0.6	$es P_{cr}^{el-pl} = 182.81 - 3.2\phi_x - 0.1\lambda_0$	1.09
$F_{SB}=2.17$ $F_{SM}=1.50$ (AIJ)	1	$es P_{cr}^{el-pl} = 137.22 - 2.45\phi_x + 1.08 \times 10^{-2} \lambda_0$	0.82
	0.8	$es P_{cr}^{el-pl} = 109.78 - 1.99\phi_x + 8.69 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.65
	0.7	$es P_{cr}^{el-pl} = 96.06 - 1.74\phi_x + 7.6 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.57
	0.6	$es P_{cr}^{el-pl} = 83.03 - 1.52\phi_x + 6.52 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.49
$F_{SB}=2.50$ $F_{SM}=1.75$ (Kollar)	1	$es P_{cr}^{el-pl} = 119.11 - 2.16\phi_x + 9.43 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.71
	0.8	$es P_{cr}^{el-pl} = 95.29 - 1.73\phi_x + 7.54 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.56
	0.7	$es P_{cr}^{el-pl} = 83.38 - 1.51\phi_x + 6.6 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.49
	0.6	$es P_{cr}^{el-pl} = 71.46 - 1.3\phi_x + 5.65 \times 10^{-3} \lambda_0$	0.42

Dari Tabel 5 dapat dilihat bahwa penggunaan persamaan rekomendasi akan mendapatkan hasil dengan akurasi yang cukup baik jika digunakan untuk kondisi sebagai berikut:

a) Untuk kasus dengan faktor keamanan $F_{SB}=1.0$ dan $F_{SM}=1.0$ akan diperoleh perbandingan yang terbaik

$$\left(\frac{es P_{cr}^{el-pl}}{num P_{cr}^{el-pl}} \right)_{rata-rata} = 1.09 \text{ jika digunakan faktor reduksi } \alpha_0=0.6. \text{ Persamaan yang diberikan adalah:}$$

$${}^{es}P_{cr}^{el-pl} = 182.81 - 3.2\phi_x - 0.1\lambda_0 \quad (6)$$

Harga $F_{SB}=1.0$ dan $F_{SM}=1.0$ berarti bahwa tidak ada sebenarnya faktor keamanan terhadap ketidaklinearan geometri maupun material yang diperhitungkan. Akan tetapi penggunaan faktor reduksi $\alpha_0=0.6$ berarti proses penghitungan telah memperhitungkan pengaruh keberadaan cacat geometri pada batang. Cacat geometri sebenarnya juga merupakan bagian dari adanya ketidaklinearan geometri.

- b) Untuk kasus dengan faktor keamanan $F_{SB}=2.17$ dan $F_{SM}=1.50$ (disarankan oleh AIJ) akan diperoleh perbandingan yang terbaik $\left(\frac{{}^{es}P_{cr}^{el-pl}}{\text{rata-rata } {}^{num}P_{cr}^{el-pl}} \right) = 0.82$ jika digunakan faktor reduksi $\alpha_0=1$. Faktor reduksi

$\alpha_0=1.0$ pada hakikatnya berarti keberadaan cacat geometri tidak diperhitungkan. Akan tetapi di sisi lain penggunaan faktor keamanan untuk geometri $F_{SB}=2.17$ sebenarnya telah ditujukan untuk memperhitungkan semua faktor ketidaklinearan geometri termasuk didalamnya keberadaan cacat geometri itu sendiri. Persamaan pendekatan yang diberikan untuk kasus ini adalah:

$${}^{es}P_{cr}^{el-pl} = 137.22 - 2.45\phi_x + 1.08 \times 10^{-2} \lambda_0 \quad (7)$$

- c) Untuk kasus dengan faktor keamanan $F_{SB}=2.50$ dan $F_{SM}=1.75$ (disarankan oleh Kollar) akan diperoleh perbandingan terbaik $\left(\frac{{}^{es}P_{cr}^{el-pl}}{\text{rata-rata } {}^{num}P_{cr}^{el-pl}} \right) = 0.71$ jika digunakan faktor reduksi $\alpha_0=1.0$. Seperti halnya pada

kasus b, keberadaan cacat geometri pada batang tidak diperhitungkan. Akan tetapi, pengaruh cacat tersebut telah ditutupi oleh penggunaan faktor keamanan $F_{SB}=2.50$. Persamaan pendekatan yang diberikan adalah:

$${}^{es}P_{cr}^{el-pl} = 119.11 - 2.16\phi_x + 9.43 \times 10^{-3} \lambda_0 \quad (8)$$

5. Kesimpulan

Kekuatan struktur atap berbentuk panel silinder dengan ukuran geometri sekitar $L_x \times L_z = 4000 \times 4000$ cm dan tersusun dari beberapa grid segiempat dengan ukuran 400×400 cm, kemudian dibentuk dengan sudut bukaan dalam variasi $\phi_x = 20, 25, 30, 40$ dan memiliki ketinggian atap (H) dalam kisaran 300-600 cm, serta dimensi batang memiliki rasio kelangsingan $\lambda_0 = 20, 30, 40$, dan 50.

Persamaan pendekatan yang disarankan untuk penghitungan kekuatan kritis *elasto-plastik* struktur berdasarkan asumsi perbandingan linear antara beban aksial yang bekerja pada batang penyusun struktur dari analisis linear elastik terhadap beban aksial elasto-plastik pada batang dari konsep *buckling* pada kolom dengan perbandingan antara kekuatan kritis struktur dari analisis linear elastik terhadap kekuatan estimasi elasto-plastik struktur. Ada 3 buah persamaan pendekatan yang direkomendasikan yaitu sebagai berikut:

- a) Pers.(6) digunakan jika kedua faktor keamanan tidak diperhitungkan ($F_{SB}=1.0$ dan $F_{SM}=1.0$). Akan tetapi faktor reduksi yang menyatakan tingkat sensitifitas batang terhadap cacat geometri diperhitungkan dengan mengambil harga $\alpha_0=0.6$. Perbandingan harga Pers.(6) ini dengan harga ${}^{num}P_{cr}^{el-pl} = 1.09$.
- b) Pers.(7) digunakan jika harga faktor keamanan $F_{SB}=2.17$ dan $F_{SM}=1.50$ (disarankan oleh AIJ). Akan tetapi faktor reduksi akibat cacat geometri pada batang tidak diperhitungkan ($\alpha_0=1$). Perbandingan harga Pers.(7) ini dengan harga ${}^{num}P_{cr}^{el-pl} = 0.82$.
- c) Pers.(8) digunakan jika harga faktor keamanan $F_{SB}=2.50$ dan $F_{SM}=1.75$ (disarankan oleh Kollar). Akan tetapi faktor reduksi akibat cacat geometri pada batang tidak diperhitungkan ($\alpha_0=1$). Perbandingan harga Pers.(8) ini dengan harga ${}^{num}P_{cr}^{el-pl} = 0.71$.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI atas dana penelitian yang diberikan melalui Penelitian Fundamental melalui DIPA Universitas Andalas No:023. 04.2415061/2014, dimana makalah ini merupakan keluaran dari salah satu bagian penelitian tersebut.

Nomenklatur

N_{cr}^{lin}	Beban aksial kritis rangka batang (N)
N_p	Beban aksial maksimum rangka batang (N)
N_{cr}^{el-pl}	Beban aksial elasto-plastik rangka batang (N)

F_{SB}	Faktor keamanan yang berhubungan dengan geometri
F_{SM}	Faktor keamanan yang berhubungan dengan material
P_{d0}	Beban kritis desain dari analisis linear elastik (N)
P_{cr}^{el-pl}	Beban kritis elasto-plastik struktur (N)
R_x	Radius kelengkungan atap (cm)
L_x, L_z	Panjang geometri struktur atap (cm)
H	Tinggi atap (cm)
E	Modulus Elastisitas (GPa)
d_0	Diameter luar batang pipa (cm)
t_0	Ketebalan pipa (cm)
A	Luas penampang pipa (cm ²)
I_y	Momen inersia penampang (cm ⁴)
M_p	Momen maksimum (N.cm)

Greek letters

α_0	Faktor reduksi
δ_{max}	Lendutan elastik maksimum yang diijinkan (cm)
ϕ_x	Sudut bukaan struktur (deg.)
σ_y	Tegangan Luluh (MPa)
λ_0	Rasio kelangsingan

Daftar Pustaka

- [1] Kato, S., Yamauchi, Y., Ueki, T., Okuhira, K.; "Buckling Load of Elliptic Paraboloidal Single Layer Reticulated Roofs with Simple Supports Uniform Load", International Journal of Space Structures, 2005, Vol 20(4): 211-224.
- [2] Kato, S., Satria, E., Nakazawa, S.; "Analysis Based on Estimation of Buckling Strength of Two-way Single Layer Latticed Dome with Semi Rigid Connection", International Conference of IASS, Venezia-Italy, December 2007, CD-ROM Paper No. 138T9.
- [3] Dulacska, E; Kollar, L; "Buckling Analysis of Reticulated Shells", International Journal Space Structures, 2000, Vol.15(3-4): 195-203.
- [4] ARCHITECTURAL INSTITUTE OF JAPAN, "Design Standard for Steel Structures", Maruzen, Tokyo, 2002. (in Japanese)
- [5] Chapra, S. C; Canale, R. P (1998) "Numerical Methode for Engineering with programing and software applications", Third Edition. McGraw Hill.
- [6] Satria, E; Kato, S; Kim, Y.B (2007), "Comparison of Design Formula for Buckling Cylindrical Steel Shell under Axial Compression", Journal of Steel Construction Engineering, Vol.14(54), pp.27-41.
- [7] Satria, E; Bur, M; Zachari, H (2011), "Penghitungan Kekuatan Elasto Plastik Struktur Silinder Berdinding Tipis Akibat Beban Tekan Aksial dengan Melibatkan Pengaruh Ketidaktersempurnaan Geometri", SNTTM X, Malang.
- [8] Satria, E; Bur, M; Rizki S, (2012), "Kaji Perbandingan Hasil Komputasi Kekuatan Kritis Struktur Kolom Baja akibat Beban Tekan Aksial dengan Standar-Standar Perancangan", SNTTM XI, Yogyakarta.