

MODEL PENENTUAN UKURAN *BATCH* PRODUKSI DAN *BUFFERSTOCK* UNTUK SISTEM PRODUKSI MENGALAMI PENURUNAN KINERJA DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PERUBAHAN ORDER AWAL

Ivan D. Wangsa

Departemen Logistik, PT. Galangan Kalimas, Balikpapan

Email: ivan@galangankalimas.com

Abstract

This study develops a model that involves information the preliminary order. At first, the manufacturer provide the preliminary order for the coming week (five days) varies from day to day and is received on Friday. Change in the the preliminary order for a given day is announced one day before and this is viewed as it occurs randomly. Moreover, production systems experience performance degradation (deterioration). Status of the production process shifts from in control to out of control that is identified by last inspection. Inspection done by sampling. At the time of the status of out of control the probability of producing non-conforming system component that is charged to the restoration cost and warranty costs. This paper is looking for a solution for determine of the production batch size and the buffer stock to reduce total cost. The decision variables are production run period (T) and buffer factor (m). Having obtained the variables T and m , then the variable production batch size (Q_T) and the buffer stock (B_T) can be determined sequentially. Heuristic methods used are Silver-Meal (SM) and Least Unit Cost (LUC) to obtain solution for each model. Numerical examples are given to demonstrate the performance of the models. From the numerical results, it appears that LUC method is better than SM method.

Keywords: *Changes dynamic preliminary order, production batch size, buffer stock, heuristic methods (SM and LUC), sampling inspection.*

Abstrak

Penelitian ini mengembangkan model yang melibatkan informasi order awal. Mula-mula pamanufaktur memberikan order awal untuk 1 minggu ke depan (5 hari) yang berfluktuasi yang diberikan pada akhir minggu sebelumnya. Dalam situasi riil, sering kali pamanufaktur sering kali melakukan perubahan dari order yang telah disepakati. Perubahan order yang terjadi adalah berfluktuasi dan bersifat stokastik. Selain itu sistem produksi mengalami penurunan kinerja (deteriorasi). Status proses produksi bergeser dari in control menjadi out of control yang diketahui melalui inspeksi akhir. Inspeksi dilakukan dengan cara sampling. Pada saat status out of control probabilitas sistem menghasilkan non-conforming component yang dibebankan pada ongkos restorasi dan ongkos garansi. Makalah ini mencari solusi dalam penentuan ukuran batch produksi dan buffer stock untuk mengurangi total ongkos. Variabel keputusan dalam penelitan ini adalah periode production run (T) dan buffer factor (m). Setelah diperoleh variabel T dan m , maka variabel ukuran batch produksi (Q_T) dan buffer stock (B_T) dapat ditentukan secara sekuensial. Pencarian solusi model ini dilakukan heuristik yaitu Silver-Meal (SM) dan Least Unit Cost (LUC). Contoh numerik diberikan untuk menunjukkan kinerja model. Dari hasil perhitungan terlihat bahwa metoda LUC lebih baik dibandingkan metoda SM.

Kata kunci: *Perubahan order awal, ukuran batch produksi, buffer stock, metoda heuristik (SM dan LUC), inspeksi sampling.*

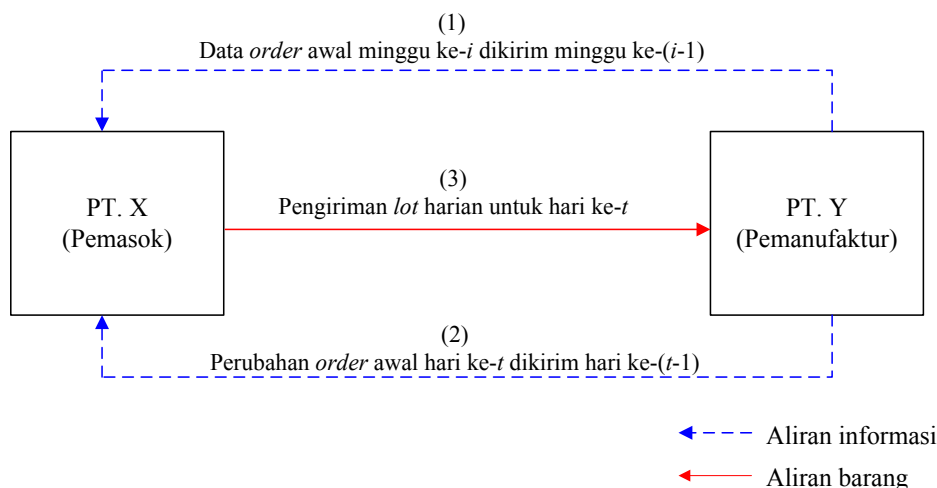
1. PERMASALAHAN

Penelitian ini dilakukan pada PT. X yang merupakan perusahaan manufaktur yang bergerak dalam bidang pembuatan komponen otomotif. PT. X merupakan pemasok komponen sepeda motor untuk PT. Y dan PT. Z. Dalam menentukan ukuran *batch* produksi, saat ini PT. X menggunakan *lot-for-lot* dengan sistem persediaan *period review*.

Dari studi pendahuluan diperoleh karakteristik permintaan yang menarik dari PT. Y yang dijelaskan berikut ini. PT. Y selaku pamanufaktur/ pembeli komponen, mengirim data *order* harian (disebut *order* awal) untuk satu minggu ke depan (Senin sampai dengan Jumat), dimana *order* awal minggu ke- i yang dikirim pada akhir minggu ke- $(i-1)$ (lihat Gambar 1). Selanjutnya PT. X merencanakan produksi berdasarkan *order* awal dengan *service level* 100% selama satu minggu dan *buffer stock* (persediaan

penyangga) sebesar 65% dari total *order* awal satu bulan sebelumnya untuk menjamin *service level* 100%. Kemudian hasil produksi tersebut dikirim dari PT. X dan diterima di gudang PT. Y dalam *lot* harian. Pada kenyataannya, sering kali PT. Y meminta penambahan ataupun pengurangan *order* awal kepada PT. X. Perubahan *order* awal disampaikan satu hari sebelumnya, dengan demikian PT. X perlu mempertimbangkan ketidakpastian permintaan yang berfluktuasi tersebut.

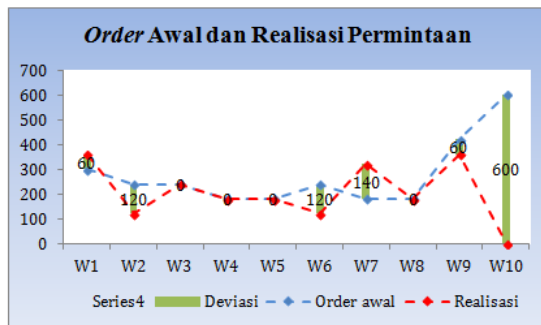
Ketidakpastian yang berfluktuasi yang dialami oleh PT. X disebabkan oleh kegiatan produksi PT. Y. Ketidakpastian ini membuat persediaan menjadi sangat besar sehingga menyebabkan total ongkos persediaan menjadi sangat tinggi. Untuk menurunkan total ongkos persediaan, diperlukan penentuan ukuran *lot* dan *buffer stock* serta sistem persediaan yang tepat yang meminimumkan total ongkos.



Gambar 1. Proses Pengiriman Informasi *Order* Awal dan Perubahan *Order* Awal Dalam Sistem Rantai Pasok PT. X dan PT. Y

Adanya perubahan *order* awal ini menyebabkan tiga kondisi (Gambar 2). Kondisi pertama disebut dengan *under-production*, yaitu kondisi dimana PT. Y melakukan penambahan dari *order* awal sebelumnya (biasanya dua hingga tiga kali dari *order* awal). Sedangkan kondisi kedua merupakan kebalikan dari kondisi pertama (*over-production*), yaitu dimana PT. Y memberikan pengurangan *order* awal dan bahkan melakukan pembatalan *order* (*ordercancel*). Pada kondisi ketiga, dimana tidak terjadi perubahan *order* awal. Adanya ketidakpastian atau ketidakstabilan (perubahan *order* awal) ini dapat merugikan bagi pemasok, yang menyebabkan pemasok

harus merubah jadwal produksinya (Pujawan, [5, 7]). Hal ini dikarenakan bahwa produksi telah selesai direncanakan dan dilakukan yang dampaknya pada total ongkos persediaan menjadi sangat tinggi (persediaan dan *buffer stock* yang menumpuk di gudang karena *overproduction* dan juga terjadinya *backorder* apabila terjadi *under-production*). Perubahan *order* awal tersebut akan mempengaruhi *service level* dan juga membutuhkan adanya *buffer stock*. Dengan demikian, dalam penelitian ini perlu mempertimbangkan dan mengoptimalkan ukuran *batch* dan faktor *buffer* (*buffer factor*) yang dapat meminimumkan total ongkos relevan.



Gambar 2. Tiga Kondisi Perubahan Order Awal

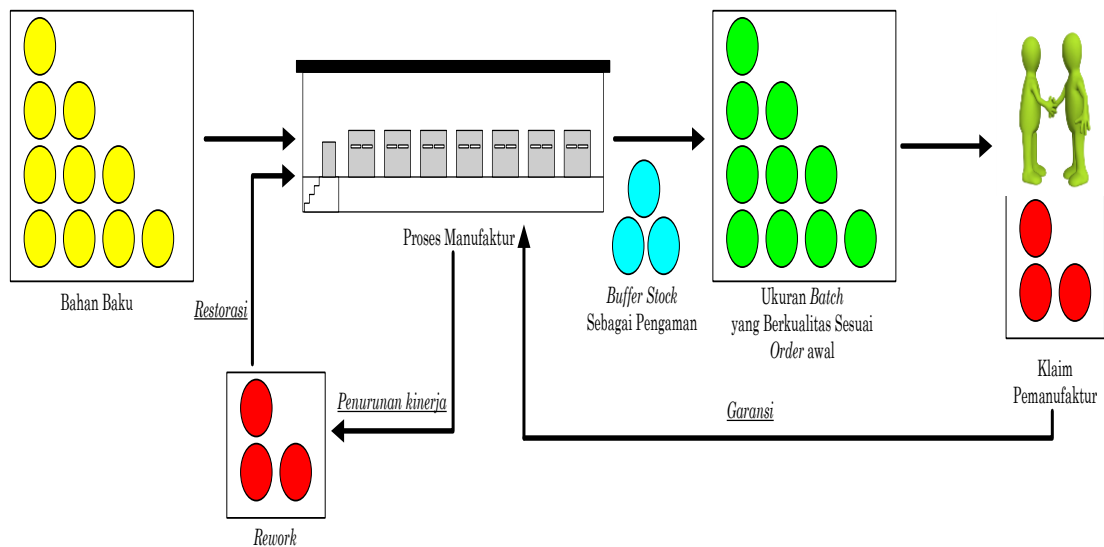
Pada kenyataannya, pemasok memiliki sistem produksi yang mengalami penurunan kinerja (sering kali disebut dengan deteriorasi). Hal tersebut disebabkan oleh pengaruh umur mesin. Pada sistem yang mengalami penurunan kinerja, status proses produksi bergeser dari status terkendali (*in control*) menjadi status tak terkendali (*out of control*) yang diketahui melalui inspeksi pada akhir produksi. Inspeksi produk dilakukan dengan cara *sampling*.

Pada saat status *out of control* probabilitas sistem akan menghasilkan komponen yang tidak memenuhi standar

spesifikasi (*non-conforming component*) lebih besar dibandingkan pada saat status *in control*. Komponen yang tidak memenuhi spesifikasi menyebabkan peningkatan ongkos restorasi dan ongkos garansi yang ditanggung pemasok (pada Gambar 3).

Beberapa **deskripsi sistem** pada penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. Komponen yang diproduksi tunggal dan bersifat *repairable*.
2. Proses produksi mengalami penurunan kinerja sehingga selama proses produksi berlangsung terdapat kemungkinan terjadi perubahan status sistem dari *in control* menjadi *out of control*. Pada saat status sistem *out of control*, sistem menghasilkan *non-conforming component* dengan probabilitas θ dan diakhir siklus sistem dilakukan restorasi.
3. Inspeksi dilakukan dengan *sampling*.
4. Sebelum pengiriman, pemasok tidak melakukan inspeksi sehingga peluang *non-conforming component* yang diterima pamanufaktur semakin besar.
5. Pemasok menerapkan kebijakan garansi *Free-Repair Warranty (FRW)*.



Gambar 3. Karakteristik Sistem yang Diteliti

2. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam sistem manufaktur dan sistem rantai pasok dikenal istilah *schedule instability* atau *schedule nervousness*. Menurut Pujawan [5, 7] pengertian istilah tersebut adalah bahwa perusahaan pamanufaktur selalu menentukan jadwal dan

ukuran pesanan berdasarkan informasi yang mereka miliki. Pemasok akan merespon permintaan secara pasif, tanpa mencari tahu lebih lanjut kenapa pamanufaktur memesan sejumlah tersebut. Perubahan yang selalu sering pada jadwal produksi mengakibatkan *service level* yang rendah karena banyak

permintaan yang tidak dapat terpenuhi.

Untuk mengurangi *schedule nervousness*, dapat dilakukan dengan meningkatkan hubungan antar pihak yang terlibat, salah satunya dengan menggunakan *electronic data interchange* [5, 7].

Pada tingkatan ini, salah satu pihak bersedia memberikan informasi (*information sharing*, IS), dapat berupa status persediaan, ramalan permintaan, jadwal produksi yang saling ditukarkan agar dapat dimanfaatkan kedua belah pihak dan mengefisienkan kinerja perusahaan sekaligus dapat mengefisienkan sistem rantai pasok secara keseluruhan. Melalui pendekatan IS tersebut, maka system keseluruhan (*wide system*) dapat memanfaatkan system arsitektur pendukung dengan informasi yang dibagikan antara pemasok dan pamanufaktur (Leedan Whang, [2]). Beberapa strategi yang dapat dilakukan adalah *consignment stock/supplier-owned inventory*(CS/SOI), *vendor-managed inventory* (VMI), pola hubungan kemitraan (JELS).

Penelitian dalam penentuan ukuran *batch* produksi dengan EMQ pada sistem deteriorasi dilakukan pertama kali oleh Porteus [3], Rosenblatt dan Lee [9], selain itu Salameh dan Jaber [10] mengembangkan model EMQ untuk produk dengan kualitas tidak sempurna (*imperfect quality item*). Dalam model tersebut, produk *imperfect quality* dijual dalam *single batch* dengan harga yang lebih murah (*salvage*) dari pada produk yang kualitasnya sesuai dengan standar. Pada produk yang dijual dengan garansi, hal ini akan menyebabkan penambahan ongkos yang ditanggung pemasok. Djameludin dkk [1], Wang dan Sheu [14] dan Yeh dkk. [18] meneliti ukuran *batch* produksi atau panjang siklus produksi pada sistem yang mengalami deteriorasi dengan probabilitas tertentu untuk produk yang dijual dengan garansi.

Pujawan [6]; Pujawan dan Silver [8] mengembangkan model permintaan berfluktuasi dengan melakukan beberapa sensitivitas *coefficient variation* (CV). Pujawan [6] melakukan penelitian dengan melihat pengaruh CV terhadap variabilitas ukuran pesanan. Pujawan [6] melaporkan bahwa metoda SM dan LUC menunjukkan hasil yang berbeda yang bergantung pada CV yang diujikan. Sedangkan Pujawan dan Silver [8] mengembangkan model dari Pujawan [6] dengan mengoptimalkan *buffer factor*. Saraswati dkk. [11] mengembangkan model untuk permintaan yang berfluktuasi, dan belum mempertimbangkan *buffer stock*. Makalah ini merupakan pengembangan dari

Pujawan dan Silver [8] dan Saraswati dkk.[11]. Sebelumnya, penelitian yang dilakukan oleh Wangsa [15] dan Wangsa dan Iskandar [16, 17] baru mempertimbangkan kondisi sistem produksi yang sempurna.

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan dari penelitian Wangsa [15] dan Wangsa dan Iskandar [16, 17] yaitu memodelkan total ongkos pada sistem produksi terdeteriorasi (penurunan kinerja) untuk menentukan ukuran *batch* dan *buffer stock* dengan melibatkan *order* awal.

3. PENGEMBANGAN MODEL

Adapun asumsi dan notasi yang digunakan dalam model sebagai berikut:

3.1. Asumsi Penelitian

1. Belum mempertimbangkan *lead time*.
2. Tingkat produksi terbatas dengan produksi sebesar $(P \gg \sum_{i=1}^T S_i)$.
3. Kekurangan persediaan pemasok diatasi dengan *backorder*.
4. Komponen yang diproduksi tunggal dan bersifat *repairable*.
5. Probabilitas perubahan status sistem dianggap konstan.
6. *Non-conforming component* memiliki laju kerusakan menurun (*Decreasing Failure Rate / DFR*) sedangkan *conforming component* memiliki laju kerusakan menaik (*Increasing Failure Rate / IFR*).
7. Inspeksi dilakukan dengan *sampling*.
8. Pemasok menjamin komponen yang dijual dengan garansi selama periode W .
9. Setiap klaim benar, dan lama penanganan klaim dapat diabaikan.
10. Dalam satu horison perencanaan terbatas (*finite*) yaitu satu minggu terdiri atas lima hari yang sama panjang untuk semua minggu.
11. Laju *order* awal dan realisasi permintaan berdistribusi normal, berturut-turut: $N(\mu_t^d, \sigma_t^{d^2})$ dan $N(\mu_t^a, \sigma_t^{a^2})$. Perubahan *order* awal (delta *order* awal dan realisasi) bersifat stokastik dan berdistribusi normal, $N(\mu_t, \sigma_t^2)$.

3.2. Indeks

i indeks mingguan; 1, 2, ... I (minggu)
 t indeks harian; 1, 2, ... T
 (Senin, Selasa, ... , Jumat) (hari)

3.3. Parameter

A_t ongkos *setup* per sekali *setup* pada

	hari ke- t	(Rp./hari)
B_t	$m\sigma_{1,T}$ = persediaan pengaman (<i>buffer stock</i>) (unit)	
$(C_s)_t$	ongkos <i>backorder</i> per unit <i>shortage</i> pada hari ke- t	(Rp./hari)
$(C_r)_t$	ongkos restorasi per unit pada hari ke- t	(Rp./hari)
$(C_w)_t$	ongkos garansi per setiap klaim pada hari ke- t	(Rp./hari)
c	probabilitas status sistem <i>in</i> <i>control</i> ketika memproduksi <i>batch</i> (%)	
θ	probabilitas <i>non-conforming</i> <i>com-</i> <i>ponent</i> yang dihasilkan pada saat status sistem <i>out of control</i> (%)	
\tilde{d}_{ti}	<i>order</i> awal hari ke- t minggu ke- i (unit)	
d_{ti}	realisasi (aktual) permintaan hari ke- t pada minggu ke- i	(unit)
δ_{ti}	delta <i>order</i> ($d_{ti} - \tilde{d}_{ti}$) hari ke- t pada minggu ke- i	(unit)
F_t	ongkos transportasi per sekali jalan pada hari ke- t	(Rp.)
h_t	ongkos simpan pada hari ke- t	(Rp./unit/hari)
μ_t	rerataan dari delta <i>order</i> hari ke- t	(unit)
σ_t	standar deviasi dari delta permintaan hari ke- t	(unit)
$\sigma_{1,T}$	$\sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2}$ = std. deviasi delta permintaan dari hari 1 hingga T (unit)	
m	faktor pengaman (<i>buffer factor</i>)	
P	tingkat produksi selama hari T	(unit)
Q_t	ukuran <i>batch</i> yang diproduksi pada hari ke- t	(unit)
S_t	permintaan dengan perubahan <i>order</i> awal pada hari ke- t	(unit)
T_{maks}	panjang periode maksimum dalam perencanaan produksi	(hari)
w	masa garansi	(hari)
$f_u(x)$	fungsi densitas probabilitas (<i>p.d.f.</i>)	
$p_{u \geq m}$	$\text{prob}(u \geq m) = \int_m^{\infty} f_u(x) dx =$	
$G_u(m)$	$\int_m^{\infty} (x - m) f_u(x) dx =$ fungsi kehilangan distribusi per siklus <i>production run</i>	
$r_1(\tau)$	<i>hazard rate function</i> untuk <i>conforming component</i>	
$r_2(\tau)$	<i>hazard rate function</i> untuk <i>non-</i> <i>conforming component</i>	
λ_1	parameter skala untuk <i>conforming</i> <i>component</i>	
λ_2	parameter skala untuk <i>non-</i> <i>conforming component</i>	
β_1	parameter bentuk untuk <i>conforming</i> <i>component</i>	
β_2	parameter bentuk untuk <i>non-</i>	

conforming component

3.4. Variabel Keputusan

T	periode <i>production run</i> (hari)
m_T	<i>buffer factor</i> dari hari t hingga T

3.5. Kriteria Performansi

TRC	total ongkos relevan (Rp.)
-------	----------------------------

4. PENGEMBANGAN MODEL

4.1. Formulasi Matematik Perubahan Order Awal

Didefinisikan perubahan *order* adalah delta, dengan notasi ($\delta_{ti} = d_{ti} - \tilde{d}_{ti}$). Maka ada tiga kemungkinan kasus yang terjadi, yaitu:

1. Bila ($d_{ti} > \tilde{d}_{ti}$) atau δ_{ti} bertanda positif (+) disebut *under-production*.
2. Bila ($d_{ti} < \tilde{d}_{ti}$) atau δ_{ti} bertanda negatif (-) disebut *over-production*.
3. Bila ($d_{ti} = \tilde{d}_{ti}$) atau $\delta_{ti} = 0$ (nol) maka tidak ada perubahan *order*.

Didefinisikan S_t adalah *order* awal untuk rencana produksi minggu selanjutnya yang ditambah dengan ekspektasi delta permintaan historis.

$$S_t = (\tilde{d}_t + \mu_t) \quad (1)$$

Jika $S_t = (\tilde{d}_t + \mu_t)$ dan $\mu_t = E[\delta_t]$ dengan teorema linearitas, S dapat ditaksir:

$$E[S_t] = \tilde{d}_t + E[\delta_t] \quad (2)$$

Dengan:

$E[S_t]$	ekspektasi permintaan dengan perubahan <i>order</i> awal, hari ke- t .
\tilde{d}_t	<i>order</i> awal pada hari ke- t .
$E[\delta_t]$	ekspektasi dari delta <i>order</i> awal data historis pada hari ke- t .

4.2. Formulasi Matematik Total Ongkos

Total ongkos merupakan penjumlahan dari ongkos-ongkos yang terdiri dari:

$TRC = \text{Ongkos setup} + \text{ongkos transportasi} + \text{ongkos simpan} + \text{ongkos buffer} + \text{ongkos backorder} + \text{ongkos restorasi} + \text{ongkos garansi}$

Berikut formulasi komponen ongkos:

1. Ongkos *setup*

$$= A_t \tag{3}$$

2. Ongkos transportasi
 $= F_t \tag{4}$

3. Ongkos simpan
 $= h_t I_t \tag{5}$

Untuk menentukan tingkat persediaan (persamaan 5) selama satu siklus, merupakan luas seluruh daerah yang diarsir - luas daerah ΔADE (Gambar 4) (Saraswati, [10]).

Luas daerah yang diarsir
 $= 1S_1 + 2S_2 + \dots + TS_T$
 $= \sum_{t=1}^T tS_t = \sum_{t=1}^T t(\tilde{d}_t + \mu_t)$

Luas daerah arsir ΔADE
 $= \frac{Q_t Q_t}{2P} = \frac{(Q_t)^2}{2P}$
 Dimana $Q_t = \sum_{t=1}^T S_t$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

Sehingga persamaan tingkat persediaan pemasok dapat dituliskan sebagai berikut:

$$I_t = \sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(Q_t)^2}{2P}$$

Dimana $Q_t = \sum_{t=1}^T S_t$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

$$I_t = \sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P}$$

$$t = 1, 2, \dots, T \tag{6}$$

Dengan demikian persamaan (5) dapat ditulis kembali menjadi:

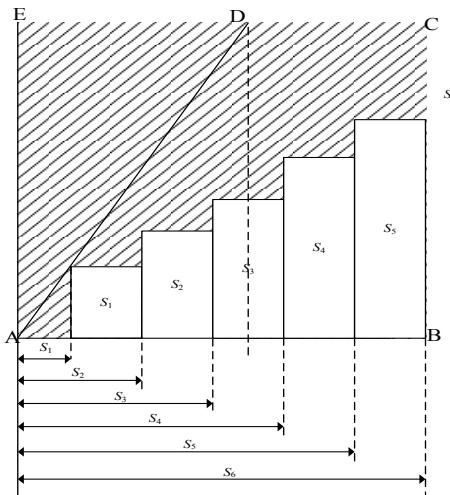
3. Ongkos simpan
 $= h_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] \tag{7}$

4. Ongkos *buffer stock*
 $= h_t T m \sigma_{1,T}$
 $= h_t T m \sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2} \tag{8}$

5. Ongkos *backorder*
 $= (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)$
 $= (C_s)_t \sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2} \int_m^\infty (x - m) f_u(x) dx \tag{9}$

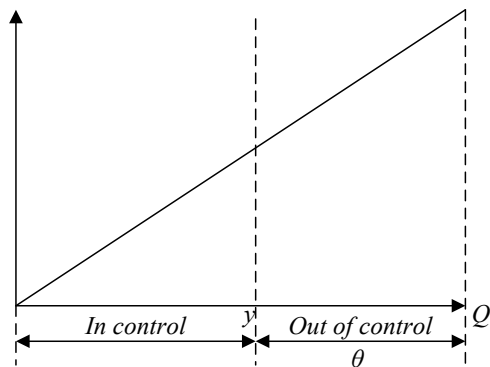
6. Ongkos restorasi
 $= (C_r)_t P(Y < Q_t) \tag{10}$

$$P(Y = y) = \begin{cases} c^y \cdot (1 - c) & y = 0, 1, 2, \dots, Q_t - 1 \\ c^{Q_t} & y = Q_t \end{cases}$$



Gambar 4. Tingkat Persediaan

Ilustrasi perubahan status sistem dapat dilihat pada Gambar (5). Restorasi di akhir proses produksi terjadi jika perubahan status sistem terjadi sebelum seluruh *batch* di produksi ($Y < Q_t$). Probabilitas terjadinya restorasi untuk suatu ukuran *batch* produksi (Q_t) adalah $P(Y < Q_t) = 1 - c^{Q_t}$ atau $P(Y < Q_t) = 1 - c^{(\sum_{t=1}^T S_t)}$.



Gambar 5. Perubahan Status Sistem

Dengan demikian persamaan (10) dapat ditulis kembali menjadi:

6. Ongkos restorasi
 $= (C_r)_t \left[1 - c^{(\sum_{t=1}^T S_t)} \right] \tag{11}$

7. Ongkos garansi
 $= (C_w)_t \left[E[CC] \int_0^w r_1(\tau) d\tau + E[NCC] \int_0^w r_2(\tau) d\tau \right] \tag{12}$

Ekspektasi *conforming component* $E[CC]$ dirumuskan sebagai berikut:

$$E[CC] = Q_t(1 - \theta) + \theta \frac{c(1-c^{Q_t})}{1-c}$$

Atau dapat ditulis kembali

$$E[CC] = \sum_{t=1}^T S_t (1 - \theta) + \theta \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \quad (13)$$

Conforming component ($E[CC]$) mengikuti laju kerusakan yang menaik (IFR).

$$E[CC] = \left[Q_t(1 - \theta) + \theta \frac{c(1-c^{Q_t})}{1-c} \right] \int_0^w r_1(\tau) d\tau$$

Atau dapat ditulis kembali

$$E[CC] = \left\{ \sum_{t=1}^T S_t (1 - \theta) + \theta \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \int_0^w r_1(\tau) d\tau \quad (14)$$

Untuk *non-conforming component* ($E[NCC]$) diformulasikan sebagai berikut:

$$E[NCC] = \theta \left[Q_t - \frac{c(1-c^{Q_t})}{1-c} \right]$$

Atau dapat ditulis kembali

$$E[NCC] = \theta \left\{ \sum_{t=1}^T S_t - \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \quad (15)$$

Dengan mengikuti laju kerusakan yang menurun (DFR).

$$E[NCC] = \theta \left[Q_t - \frac{c(1-c^{Q_t})}{1-c} \right] \int_0^w r_2(\tau) d\tau$$

Atau dapat ditulis kembali

$$E[NCC] = \theta \left\{ \sum_{t=1}^T S_t - \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \int_0^w r_2(\tau) d\tau \quad (16)$$

Dengan demikian persamaan (12) dapat ditulis kembali menjadi:

7. Ongkos garansi

= persamaan (14) + persamaan (16)

$$= (C_w)_t \left[\left\{ \sum_{t=1}^T S_t (1 - \theta) + \theta \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \int_0^w r_1(\tau) d\tau + \theta \left\{ \sum_{t=1}^T S_t - \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \int_0^w r_2(\tau) d\tau \right] \quad (17)$$

Maka persamaan total ongkos relevan (TRC) adalah sebagai berikut:

$TRC =$ Persamaan (3) + persamaan (4) + persamaan (7) + persamaan (8) + persamaan (9) + persamaan (11) + persamaan (17)

$$TRC(T, m)$$

$$= A_t + F_t + h_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] + h_t T m \sigma_{1,T} + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m) + (C_r)_t \left[1 - c(\sum_{t=1}^T S_t) \right] + (C_w)_t \left\{ \left[\sum_{t=1}^T S_t (1 - \theta) + \theta \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right] \int_0^w r_1(\tau) d\tau + \theta \left\{ \sum_{t=1}^T S_t - \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \int_0^w r_2(\tau) d\tau \right\}$$

Atau dapat ditulis kembali menjadi:

$$TRC(T, m)$$

$$= A_t + F_t + h_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} + T m \sigma_{1,T} \right] + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m) + (C_r)_t \left[1 - c(\sum_{t=1}^T S_t) \right] + (C_w)_t \left\{ \left[\sum_{t=1}^T S_t (1 - \theta) + \theta \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right] \int_0^w r_1(\tau) d\tau + \theta \left\{ \sum_{t=1}^T S_t - \frac{c[1-c(\sum_{t=1}^T S_t)]}{1-c} \right\} \int_0^w r_2(\tau) d\tau \right\} \quad (18)$$

Dengan:

$$\sigma_{1,T} = \sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2},$$

$$G_u(m) = \int_m^{\infty} (x - m) f_u(x) dx,$$

$$\int_0^w r_1(\tau) d\tau = \int_0^w \lambda_1 \beta_1 (\lambda_1 \tau)^{\beta_1 - 1} d\tau \quad ; \beta_1 > 1$$

$$\int_0^w r_2(\tau) d\tau = \int_0^w \lambda_2 \beta_2 (\lambda_2 \tau)^{\beta_2 - 1} d\tau \quad ; 0 < \beta_2 < 1$$

4.3. Pencarian Solusi

Pendekatan heuristik digunakan dalam pemecahan solusi pada penelitian ini. Adapun pendekatan heuristik yang dimaksud, yaitu: Silver-Meal (SM) dan *Least Unit Cost* (LUC).

4.3.1. Menentukan Variabel m

Fungsi $TRC(T, m)$ memiliki variabel T yang diskrit dan variabel m yang kontinu. Langkah yang dilakukan adalah menunjukkan solusi optimal m dengan nilai T tertentu yang meminimumkan $TRC(T, m)$. Dari persamaan (18), maka turunan pertama terhadap m :

$$\frac{\partial TRC(T, m)}{\partial m} = 0$$

$$h_t T \sigma_{1,T} - (C_s)_t \sigma_{1,T} p_{u \geq}(m) = 0$$

Maka diperoleh:

$$p_{u \geq}(m) = \frac{h_t T}{(C_s)_t} \quad (19)$$

Untuk memperoleh m (*buffer factor*) maka dapat dilakukan dengan cara menggunakan fungsi pada Ms. Excel =NORMSINV[1 - $p_{u >}(m)$]. Dengan diperoleh $p_{u \geq}(m)$ maka menentukan *service level* = SL dapat digunakan formulasi (Silver dkk., [12]):

$$SL(\%) = [1 - p_{u \geq}(m)] \times 100\% \quad (20)$$

4.3.2. Menentukan Variabel T

Untuk menentukan variabel T , digunakan algoritma SM dan LUC(Tersine, [13]).

Silver-Meal (SM):

$$TRCUT = \frac{TRC(T, m)}{T} = \frac{\text{Persamaan (18)}}{T} \quad (21)$$

Least Unit Cost (LUC):

$$TRCUQ = \frac{TRC(T, m)}{Q_t} = \frac{\text{Persamaan (18)}}{\sum_{t=1}^T S_t} \quad (22)$$

4.3.3. Algoritma Pencarian Solusi

Berikut adalah algoritma solusi yang dikembangkan berdasarkan algoritma SM dan LUC yang dimodifikasi (Wangsa [15]; Wangsa dan Iskandar [16, 17]).

Langkah 1 : Tetapkan T_{maks} , lanjut ke langkah (2).

Langkah 2 : Mulai $T = 1$ dan tetapkan untuk $TRCUT(0, m_{[0]}) = \infty$ dan $TRCUQ(0, m_{[0]}) = \infty$ kemudian lanjut ke langkah (3).

Langkah 3 : Tentukan $p_{u \geq}(m)$ dengan persamaan (19) dan tentukan m dan SL (%) dengan fungsi Ms. Excel.

Langkah 4 : Substitusi T , m^* dan $G_u(m^*)$ kemudian hitung $TRCUT(T, m^*)$ pada persamaan (21) dan $TRCUQ(T, m^*)$ pada persamaan (22).

Langkah 5 : Jika $TRCUT(T, m^*_{[T]}) \leq TRCUT(T-1, m^*_{[T-1]})$ ke langkah (6), jika tidak ke langkah (7). Hal yang sama dengan LUC.

Langkah 6 : Tetapkan $T = T + 1$ dan kembali ke langkah (3).

Langkah 7 : Maka $(T^*_{[m^{**}], m^{**}}) = (T-1, m^*_{[T-1]})$, dan $(T^*_{[m^{**}], m^{**}})$ adalah solusi terbaik untuk m^{**} dan $T^*_{[m^{**}]}$. Kemudian lanjut ke langkah (8).

Langkah 8 : Dengan menggunakan solusi terbaik $T^*_{[m^{**}]}$ dan m^{**} , kemudian tentukan ukuran *batch* produksi (Q_T) dan *buffer stock* (B_T).

Langkah 9 : Setelah diperoleh ukuran *batch* produksi (Q_T) dan *buffer stock* (B_T) kemudian hitung TRC kumulatif.

Langkah 10 : Maka solusi terbaik adalah sebagai berikut: $[T^* = (T - 1)]$; $[m^{**} = m^*_{(T-1)}]$; $[Q_T^* = Q_{(T-1); m^*_{(T-1)}}]$; dan $[B_T^* = B_{(T-1); m^*_{(T-1)}}]$.

Langkah 11 : Tentukan *production run* selanjutnya, hingga $T_{maks} - \sum T^* = 0$.

5. STUDI KASUS

Parameter yang digunakan:

T_{maks} = 5 hari	c = 0,9975	P = Rp. 3000 unit
A = Rp. 200.000/setup	θ = 0,40	w = 360 hari (1 tahun)
F = Rp. 50.000/jalan	λ_1 = 0,002	
h = Rp. 300/unit/hari	λ_2 = 9	
C_s = Rp. 50.000/unit	β_1 = 3	
C_r = Rp. 100.000/unit	β_2 = 0,0975	
C_w = Rp. 12.500/unit		

Data historis permintaan yang digunakan:

Tabel 1. Data Historis Permintaan (*Order Awal dan Realisasi Selama 7 Minggu*)

Hari	Permintaan	Minggu						
		M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆	M ₇
Senin	<i>Order awal</i>	120	120	120	60	420	0	120
	<i>Realisasi</i>	300	180	180	240	120	0	300
Selasa	<i>Order awal</i>	120	60	120	180	240	180	300
	<i>Realisasi</i>	360	300	180	0	1080	360	240
Rabu	<i>Order awal</i>	0	180	60	240	480	180	240
	<i>Realisasi</i>	0	240	180	180	480	360	180
Kamis	<i>Order awal</i>	60	180	120	60	120	180	180
	<i>Realisasi</i>	180	120	120	260	480	300	300
Jumat	<i>Order awal</i>	180	60	0	180	420	240	120
	<i>Realisasi</i>	300	180	0	180	420	120	120

Data rencana (*order awal*) produksi minggu ke-8 diberikan:

Tabel 2. Data *Order Awal* Minggu ke-8

Hari	\tilde{a}_{t8}
Senin	180
Selasa	400
Rabu	340
Kamis	200
Jumat	180

Langkah-langkah pengerjaan adalah sebagai berikut:

Inisialisasi awal

Langkah 1

Tentukan delta permintaan ($\delta_{ti} = d_{ti} - \tilde{d}_{ti}$) berdasarkan data historis.

Tabel 3. Delta Permintaan

Hari	Delta Permintaan (δ_{ti})							μ_t	σ_t
	δ_{t1}	δ_{t2}	δ_{t3}	δ_{t4}	δ_{t5}	δ_{t6}	δ_{t7}		
Senin	180	60	60	180	-300	0	180	51,43	171,21
Selasa	240	240	60	-180	840	180	-60	188,57	327,59
Rabu	0	60	120	-60	0	180	-60	34,29	90,71
Kamis	120	-60	0	200	360	120	120	122,86	135,86
Jumat	120	120	0	0	0	-120	0	17,14	82,81

Langkah 2

Menentukan permintaan dengan perubahan *order* awal $S_t = (\tilde{d}_t + \mu_t)$.

Tabel 4. Permintaan Dengan Perubahan *Order* Awal (S_{ti})

Hari	Permintaan Dengan Perubahan <i>Order</i> Awal (S_{ti})							Rencana Produksi (S_{t8})
	S_{t1}	S_{t2}	S_{t3}	S_{t4}	S_{t5}	S_{t6}	S_{t7}	
Senin	171,43	171,43	171,43	111,43	471,43	51,43	171,43	231,43
Selasa	308,57	248,57	308,57	368,57	428,57	368,57	488,57	588,57
Rabu	34,29	214,29	94,29	274,29	514,29	214,29	274,29	374,29
Kamis	182,86	302,86	242,86	182,86	242,86	302,86	302,86	322,86
Jumat	197,14	77,14	17,14	197,14	437,14	257,14	137,14	197,14

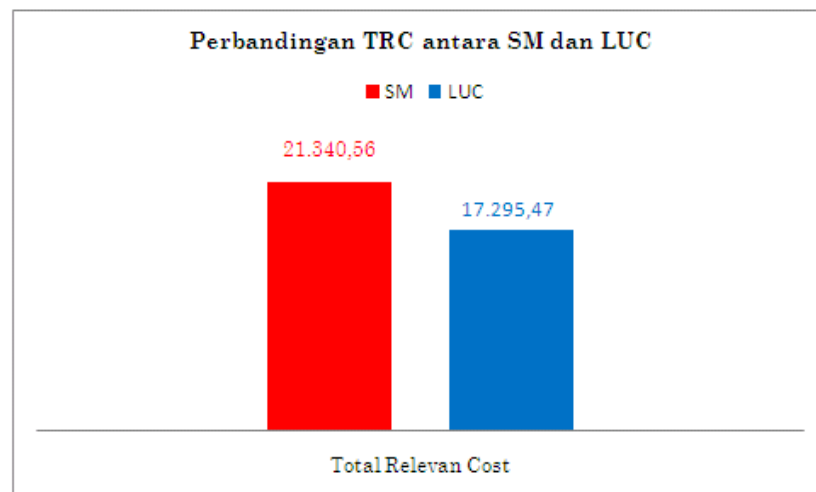
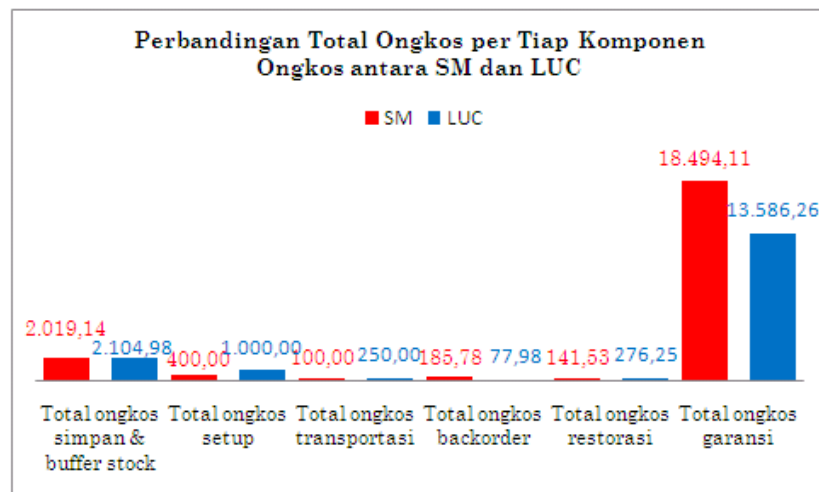
Tabel 5. Ukuran *Batch* Produksi dan *Buffer Stock* dan Komponen Ongkos

a). Algoritma SM

Periode	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Total
Permintaan (<i>order</i> awal) (unit)	231,43	588,57	374,29	322,86	197,14	1.714,29
Uk. <i>batch</i> produksi (unit)	231,43	1.482,86	0,00	0,00	0,00	1.714,29
<i>Buffer stock</i> (unit)	430,11	742,12	0,00	0,00	0,00	1.172,23
Ongkos simpan & <i>buffer stck.</i> (x Rp.1000)	129,03	619,96	507,67	410,81	351,67	2.019,14
Ongkos <i>setup</i> (x Rp.1000)	200,00	200,00	0,00	0,00	0,00	400,00
Ongkos transportasi (x Rp.1000)	50,00	50,00	0,00	0,00	0,00	100,00
Ongkos <i>backorder</i> (x Rp.1000)	16,52	169,26	0,00	0,00	0,00	185,78
Ongkos restorasi (x Rp.1000)	43,97	97,56	0,00	0,00	0,00	141,53
Ongkos garansi (x Rp.1000)	1.590,92	16.903,19	0,00	0,00	0,00	18.494,11
Total ongkos relevan (x Rp.1000)	2.030,45	18.039,96	507,67	410,81	351,67	21.340,57
TRC kumulatif (x Rp.1000)	2.030,45	20.070,41	20.578,08	20.988,89	21.340,57	-

b). Algoritma LUC

Periode	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Total
Permintaan (<i>order awal</i>) (unit)	231,43	588,57	374,29	322,86	197,14	1.714,29
Uk. <i>batch</i> produksi (unit)	231,43	588,57	374,29	322,86	197,14	1.714,29
<i>Buffer stock</i> (unit)	430,11	822,95	227,88	341,29	208,03	2.030,26
Ongkos simpan & <i>buffer</i> <i>stck.</i> (x Rp.1000)	129,03	375,92	444,28	546,67	609,08	2.104,98
Ongkos <i>setup</i> (x Rp.1000)	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00	1.000,00
Ongkos transportasi (x Rp.1000)	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	250,00
Ongkos <i>backorder</i> (x Rp.1000)	16,52	31,61	8,75	13,11	7,99	77,98
Ongkos restorasi (x Rp.1000)	43,97	77,08	60,82	55,43	38,95	276,25
Ongkos garansi (x Rp.1000)	1.590,92	5.311,69	2.948,13	2.434,73	1.300,79	13.586,26
Total ongkos relevan (x Rp.1000)	2.030,45	6.046,30	3.711,98	3.299,94	2.206,81	17.295,49
TRC kumulatif (x Rp.1000)	2.030,45	8.076,75	11.788,73	15.088,68	17.295,49	-



Gambar 6. Perbandingan Komponen Ongkos dan TRC Antara SM dan LUC

Tabel 6. Tingkat Penghematan Biaya

Ukuran Performansi	Silver Meal	LUC	Tingkat Penghematan	
			xRp.1000	%*
Ongkos simpan & buffer stck. (x Rp.1000)	2,019.14	2,104.98	-85.84	-4.25
Ongkos setup (x Rp.1000)	400.00	1,000.00	-600.00	-150.00
Ongkos transportasi (x Rp.1000)	100.00	250.00	-150.00	-150.00
Ongkos backorder (x Rp.1000)	185.78	77.98	107.80	58.03
Ongkos restorasi (x Rp.1000)	141.53	276.25	-134.72	-95.19
Ongkos garansi (x Rp.1000)	18,494.11	13,586.26	4,907.85	26.54
Total ongkos relevan (x Rp.1000)	21,340.57	17,295.49	4,045.08	18.95

*) % = [(ukuran performansi_{SM} - ukuran performansi_{LUC}) / ukuran performansi_{SM}] x 100%

Hasil Perhitungan dan Pembahasan

Dengan menggunakan algoritma pencarian solusi yang telah dijabarkan sebelumnya, maka diperoleh hasil perhitungan yang ditunjukkan pada Tabel (5a dan 5b). Dari Tabel (5a dan 5b) menunjukkan bahwa hasil jadwal *production run* yang diperoleh berbeda antara algoritma SM dan algoritma LUC. Dengan menggunakan algoritma SM (Tabel 5a) dihasilkan 2 kali *production run* ($T = 2$), yaitu pada *production run* pertama sebesar 231,43 unit (hanya hari Senin) dan *production run* kedua sebesar 1.482,86 unit (untuk memenuhi permintaan hari Selasa hingga hari Jumat). Kemudian untuk *buffer stock* pada *production run* pertama dan kedua berturut-turut sebesar adalah 430,11 unit (hari Senin) dan 742,12 unit (hari Selasa hingga hari Jumat).

Hasil berbeda ditunjukkan algoritma LUC pada Tabel (5b). Algoritma LUC menghasilkan *production run* yang dilakukan tiap hari atau yang dikenal juga dengan sebutan *lot-for-lot* (L4L).

Ternyata pada ukuran performansi total ongkos relevan (*TRC*) dari kedua algoritma perhitungan justru lebih baik dengan menggunakan algoritma LUC dibandingkan algoritma SM. Sebagai perbandingan dapat dilihat Gambar 6. Pada ongkos simpan dan *buffer stock*, dengan metoda SM menghasilkan total ongkos sebesar Rp. 2.019.150,97 dan metoda LUC menghasilkan Rp. 2.104.987,21. Kemudian pada ongkos *setup* dan transportasi, metoda SM menghasilkan total ongkos sebesar Rp. 500.000,00 dan metoda LUC menghasilkan Rp. 1.250.000,00. Selanjutnya untuk ongkos restorasi, dengan metoda SM memberikan total ongkos sebesar Rp. 141.527,55 dan metoda LUC memberikan total ongkos yaitu Rp. 276.250,87. Kemudian pada komponen ongkos garansi, dengan SM menghasilkan total ongkos sebesar Rp. 18.494.108,80 dan LUC memberikan ongkos Rp. 13.586.260,15. Dengan demikian, total ongkos relevan

(*TRC*) dengan metoda SM sebesar Rp. 21.340.566,77 dan metoda LUC adalah Rp. 17.295.487,70.

Tingkat penghematan yang diperoleh (Tabel 6) adalah ongkos simpan dan *buffer stock*, ongkos *setup*, ongkos transportasi, ongkos *backorder*, ongkos restorasi, ongkos garansi dan total ongkos relevan berturut-turut sebagai berikut: - Rp. 85.840 (-4,25%); - Rp. 600.000 (-150%); - Rp. 150.000 (-150%); Rp. 107.800 (58,03%); - Rp. 134.720 (-95,19%); Rp. 4.907.850 (26,54%) dan Rp. 4.045.080 (18,95%).

6. PENUTUP

Pada penelitian ini dihasilkan model penentuan ukuran *batch* produksi dan *buffer stock* untuk sistem produksi yang mengalami penurunan kinerja dengan mempertimbangkan perubahan *order* awal. Permasalahan dalam penelitian ini adalah terjadi perubahan *order* awal dari pamanufaktur dan penurunan kinerja pada sistem produksi pemasok. Perubahan *order* awal dapat diatasi dengan mengoptimalkan ukuran *batch* produksi dan *buffer stock*. Apabila terjadi penurunan status produksi dari *in control* menjadi *out of control*, pemasok akan melakukan *rework* (internal pemasok) dengan ongkos restorasi dan bilamana terdapat klaim karena terdapat produk rusak dari pamanufaktur (eskternal pemasok), maka pemasok akan menanggungnya dengan ongkos garansi.

Formulasi model matematik yang dikembangkan dengan pendekatan heuristik, yaitu SM dan LUC. Model yang dikembangkan berdasarkan *basic model* Pujawan dan Silver [8].

Kelemahan penelitian ini adalah dalam melakukan inspeksi diakhir produksi masih menerapkan *sampling*. Penelitian selanjutnya akan dikembangkan dengan mempertimbangkan inspeksi 100% dengan menambahkan beberapa komponen ongkos yang terkait (dapat dilihat Prasetyo [4]). Selain itu, berbasis pada model ini, dapat

dikembangkan dengan adanya pembatas tingkat pelayanan (*service level constraint*).

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami ucapkan terima kasih kepada *blind reviewer* yang telah menyampaikan perbaikan dalam makalah ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] I. Djamaludin, D.N.P. Murthy dan R.J. Wilson.(1994). "Quality Control Through Lot Sizing for Item Sold with Warranty", *International Journal of Production Economic*, Vol. 33, pp. 97–107.
- [2] H. L. Lee dan S. Whang.(1998). "Information Sharing in a Supply Chain", *Research Paper No. 1549, Research Paper Series*, Graduate School of Business, Stanford University.
- [3] E.L. Porteus.(1986). "Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Reduction", *Operation Research*, Jan-Feb, pp. 137–144.
- [4] H. Prasetyo.(2004). *Model Ukuran Lot Untuk Proses Produksi yang Mengalami Penurunan Kinerja dengan Pola Permintaan Berfluktuasi*, Tesis Magister, Bidang Khusus Rekayasa Sistem Manufaktur, Program Studi Teknik dan Manajemen Industri, Institut Teknologi Bandung.
- [5] I. N. Pujawan.(2004). "Schedule Nervousness in A Manufacturing System: A Case Study", *Production Planning & Control-Taylor & Francis*, Vol. 15, No. 5, pp. 515–524.
- [6] I. N. Pujawan. (2004). "The Effect of Lot Sizing Rules on Order Variability", *European Journal of Operational Research*, No. 159, pp. 617–635.
- [7] I. N. Pujawan.(2005). "Supply Chain Management", Surabaya: Guna Widya.
- [8] I. N. Pujawan dan E. A. Silver. (2008). "Augmenting the Lot Sizing Order Quantity When Demand is Probabilistic", *European Journal of Operational Research*, Vol. 188, pp. 705–722.
- [9] M. J. Rosenblatt dan H. L. Lee.(1986). "Economic Production Cycle with Imperfect Production Process", *IIE Transaction*, Maret, pp. 48–5.
- [10] M. K. Salameh dan M. Y. Jaber.(2000) "Economic Production Quantity Model for Item with Imperfect Quality", *Int. Journal of Production Quantity*, No. 64, pp. 59–64.
- [11] D. Saraswati, A. R. Cakravastia, B. I. Iskandar, dan A. H. Halim.(2009). "Model Penentuan Ukuran Lot Produksi Dengan Pola Permintaan Berfluktuasi", *Jurnal Teknik Industri*, Vol. 11, No. 2, pp. 122–133.
- [12] E. A. Silver, D. F. Pyke, dan R. Peterson.(1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling 3rd ed.*, New York: John Willey & Sons.
- [13] R. J. Tersine.(1994). *Principles of Inventory and Materials Management*, New York: North Holland.
- [14] C. H. Wang dan Sheu. (2001). "The Effect of the Warranty Cost on the Imperfect EMQ Model with General Discrete Shift Distribution", *Production Planning and Control*, Vol. 12, No. 6, pp. 621–628.
- [15] I. D. Wangsa.(2012). "Penentuan Ukuran Batch dan Buffer Stock Dengan Mempertimbangkan Perubahan Order Awal", Tesis Magister, Bidang Khusus Rekayasa Sistem Manufaktur, Program Studi Teknik dan Manajemen Industri, Institut Teknologi Bandung.
- [16] I. D. Wangsa dan B. P. Iskandar. (2013). "Pengembangan Model Consignment Stock pada Sistem Rantai Pasok Dua Eselon dengan Permintaan Berfluktuasi dan Perubahan Order Awal", *Jurnal Teknik Industri*, Vol. 15, No. 1, pp. 1–1.
- [17] I. D. Wangsa dan B. P. Iskandar. (2014) "Model Penentuan Ukuran Batch dan Buffer Stock Dengan Mempertimbangkan Perubahan Order Awal", *Malikussaleh Industrial Engineering Journal*, Vol. 3, No. 1, pp. 18–24.
- [18] R. H. Yeh, W.T. Ho, dan S.T. Tseng. (2000). "Optimal Production Length for Product Sold with Warranty", *European Journal of Operational Research*, No. 120, pp. 575–585.