

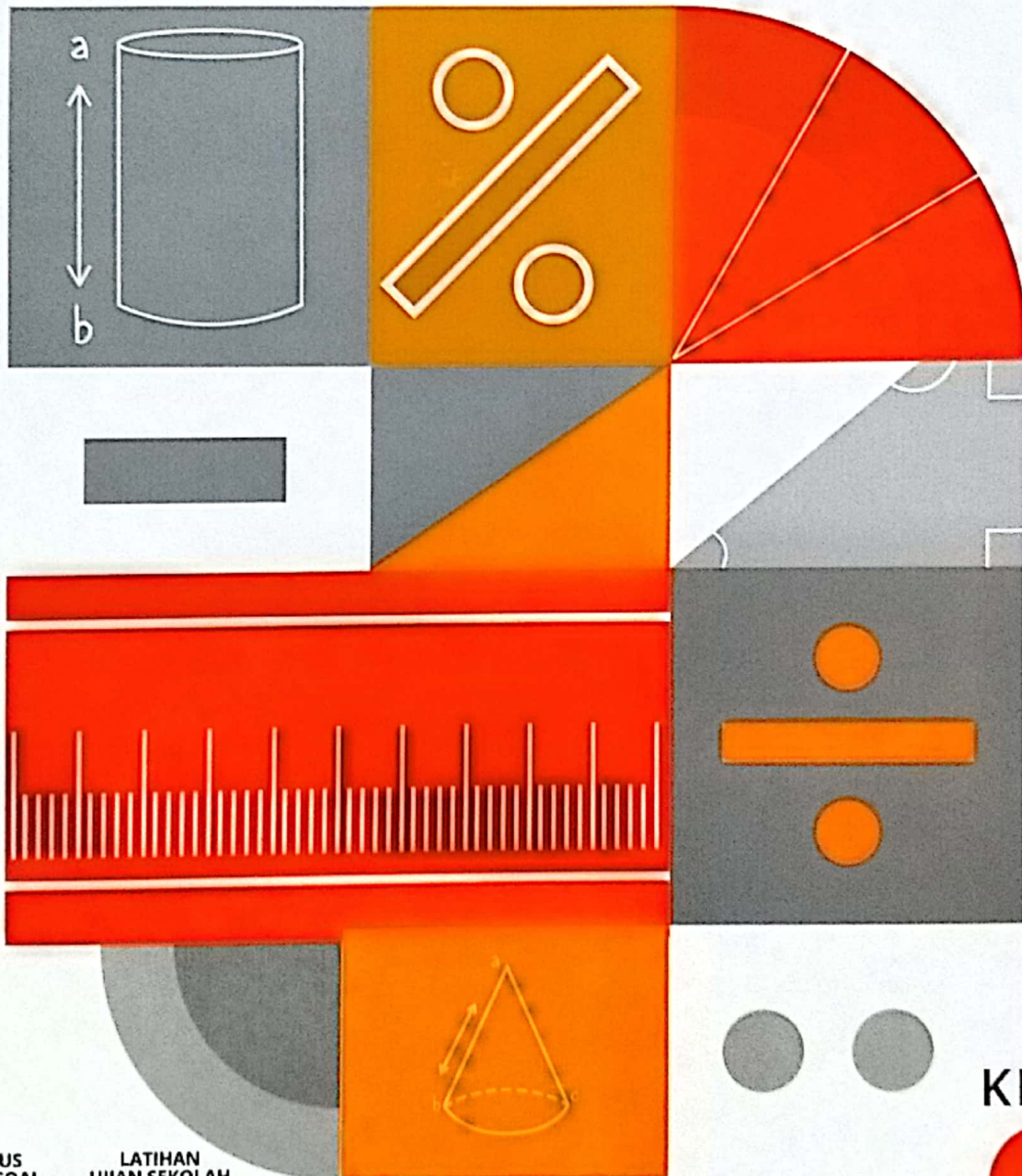
Suah Sembiring  
Ghany Akhmad Yusuf  
Hadi Nurdiansyah



BUKU SISWA

# MATEMATIKA

untuk SMP/MTs



KELAS

9



## Pendahuluan

Perubahan merupakan keniscayaan dalam kehidupan. Salah satunya adalah perubahan yang tengah terjadi pada dunia pendidikan sekarang ini, yaitu adanya penyempurnaan kurikulum. Penyempurnaan kurikulum ini hendaknya disikapi secara positif sebagai bentuk upaya menciptakan generasi penerus yang lebih berkualitas, baik dalam hal akademik maupun dalam hal pembentukan karakter yang berketuhanan, berakhlak mulia, berbudaya, dan berjiwa sosial. Penulisan buku matematika ini merupakan salah satu upaya untuk mendukung ketercapaian yang dikehendaki dalam kurikulum.

Materi matematika yang terkandung dalam buku ini mencakup bahasan bilangan berpangkat dan bentuk akar, persamaan kuadrat, fungsi kuadrat, transformasi geometri, kesebangunan dan kekongruenan, serta bangun ruang sisi lengkung.

Penyajian buku ini disusun secara sistematis sehingga materi dalam buku ini dapat dipelajari melalui pembelajaran yang berpusat pada siswa (*student centered*). Dengan demikian, di samping sebagai pendidik, guru diharapkan dapat menjadi fasilitator, motivator, dan rekan belajar bagi siswa dalam mempelajari matematika. Untuk mendukung pembelajaran yang berpusat pada siswa tersebut, maka buku ini disusun berdasarkan aktivitas (*activity based*), artinya siswa diajak untuk memahami materi dengan menggunakan aktivitas-aktivitas pembelajaran melalui pendekatan saintifik. Kegiatan pembelajaran yang disajikan dalam buku ini meliputi aktivitas mengamati, menanya, mengumpulkan data, mengasosiasi, dan mengomunikasikan materi-materi pokok yang dipelajari dengan dimensi kegiatan berbasis aktivitas kelompok dan individu. Dengan penyajian tersebut, diharapkan siswa dapat tertantang untuk menggali sendiri pengetahuan dalam memperdalam pemahamannya mengenai materi yang dipelajari.

Setelah mempelajari matematika dalam buku ini, diharapkan siswa dapat memiliki pemahaman dan sikap-sikap hidup yang semakin matang, tahu akan tujuan hidupnya, bijak menghadapi segala persoalan, dapat menemukan solusi yang benar terhadap persoalan yang dihadapi, objektif, disiplin, tanggung jawab, jujur, dan kreatif.

# Daftar Isi

Prakata.....	iii
Pendahuluan.....	iv
Daftar Isi.....	v
Sistematika Penyajian Buku.....	vii
Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Matematika SMP-MTs Kelas IX.....	x
Daftar Gambar.....	xi
<b>Bab I Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar.....</b>	<b>1</b>
A. Bilangan Berpangkat.....	3
B. Operasi Aljabar Bilangan Berpangkat dan Notasi Ilmiah.....	8
C. Bentuk Akar.....	10
D. Penerapan Konsep Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar dalam Pemecahan Masalah.....	20
Evaluasi Bab I.....	25
<b>Bab II Persamaan Kuadrat.....</b>	<b>29</b>
A. Pengertian Persamaan Kuadrat.....	31
B. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat.....	33
C. Sifat-sifat Akar.....	40
D. Menyusun Persamaan Kuadrat.....	46
E. Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Pemecahan Masalah.....	51
Evaluasi Bab II.....	56
<b>Ulangan Tengah Semester 1.....</b>	<b>60</b>
<b>Bab III Fungsi Kuadrat.....</b>	<b>63</b>
A. Pengertian Fungsi Kuadrat.....	65
B. Grafik Fungsi Kuadrat.....	67
C. Menyusun Persamaan Fungsi Kuadrat.....	80
D. Penerapan Fungsi Kuadrat dalam Pemecahan Masalah.....	82
Evaluasi Bab III.....	88

Bab IV	Transformasi Geometri .....	93
	A. Translasi .....	95
	B. Refleksi .....	102
	C. Rotasi .....	112
	D. Dilatasi .....	117
	E. Penerapan Konsep Transformasi Geometri dalam Pemecahan Masalah .....	120
	Evaluasi Bab IV .....	126
	Ulangan Akhir Semester 1 .....	130
Bab V	Kesebangunan dan Kekongruenan.....	133
	A. Kesebangunan Bangun Datar.....	135
	B. Kekongruenan Bangun Datar.....	145
	C. Kesebangunan Bangun Segitiga.....	150
	D. Kekongruenan Bangun Segitiga.....	160
	E. Penerapan Konsep Kesebangunan dalam Pemecahan Masalah.....	169
	Evaluasi Bab V .....	174
Bab VI	Bangun Ruang Sisi Lengkung.....	179
	A. Tabung.....	181
	B. Kerucut.....	189
	C. Bola .....	199
	D. Penerapan Konsep Bangun Ruang Sisi Lengkung dalam Pemecahan Masalah .....	207
	Evaluasi Bab VI .....	211
	Ujian Akhir Sekolah .....	214
	Glosarium .....	219
	Daftar Pustaka .....	221
	Indeks .....	222
	Informasi Pelaku Penerbitan .....	224

## Sistematika Penyajian Buku

Buku ini disajikan dengan sistematika sebagai berikut.

### 1. Judul Bab

Menampilkan judul materi yang akan dibahas atau diuraikan dalam bab.

### 2. Apersepsi/Pengantar Awal Bab

Pada setiap halaman awal bab disertai dengan apersepsi. Dengan adanya apersepsi, ini siswa mendapat gambaran serta persiapan mengenai materi yang akan dipelajari.

### 3. Peta Konsep

Peta konsep berisi bagan mengenai konsep-konsep inti dari materi yang akan disajikan di dalam bab. Peta konsep dapat memberikan gambaran tentang materi yang akan dipelajari.

### 4. Kata Kunci

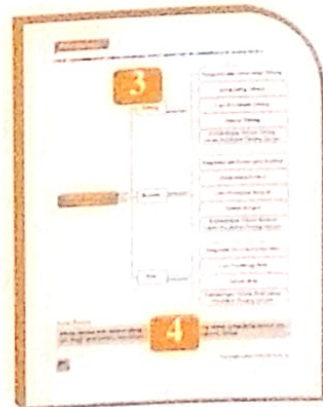
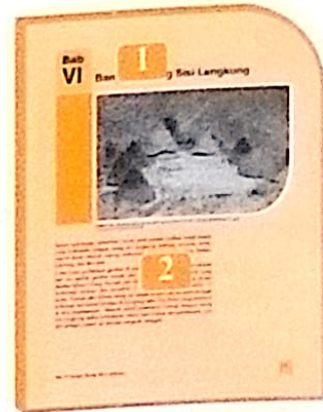
Berisi kata-kata penting yang menjadi inti pembahasan materi dalam bab. Kata kunci pada setiap bab dapat mempermudah siswa dalam memahami materi yang dipelajari.

### 5. Materi dan Pembahasan

Berisi uraian tentang konsep-konsep matematika yang disajikan secara terpadu dan aplikatif, dengan bahasa sederhana, terstruktur, dan dilengkapi dengan ilustrasi-ilustrasi yang menarik.

### 6. Aktivitas

Kolom ini disajikan untuk menambah pemahaman siswa dalam mempelajari materi. Artinya, kolom ini merupakan pendalaman materi yang diaplikasikan dalam bentuk aktivitas. Aktivitas dapat berupa aktivitas kelompok, diskusi, maupun individu.



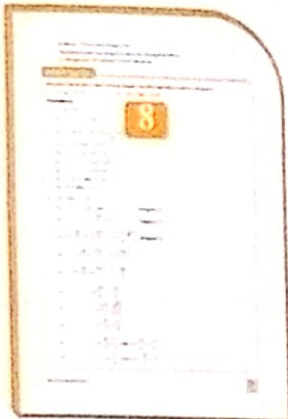


### 7. Info Matematika

Info Matematika merupakan komponen yang menyajikan berbagai informasi yang berhubungan dengan matematika dan terkait dengan materi yang sedang dipelajari.

### 8. Contoh Soal

Berisi soal yang bervariasi beserta pembahasannya yang membantu siswa memahami konsep materi yang sedang dibahas.

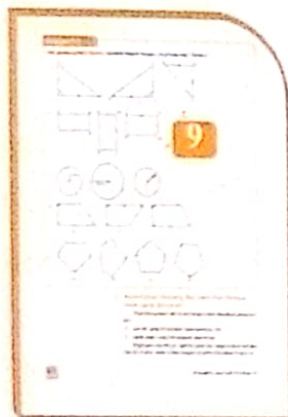


### 9. Evaluasi

Pada setiap subbab terdapat evaluasi yang berisi soal-soal latihan. Soal-soal tersebut berfungsi untuk memperdalam materi yang sedang dibahas.

### 10. Gambar Penunjang

Gambar penunjang dalam materi akan memudahkan siswa dalam memahami maksud dari pemaparan materi yang disajikan. Komponen ini menyajikan foto/ilustrasi beserta penjelasannya.



### 11. Tugas Proyek

Merupakan tugas yang diberikan pada siswa secara berkelompok dalam jangka waktu tertentu.

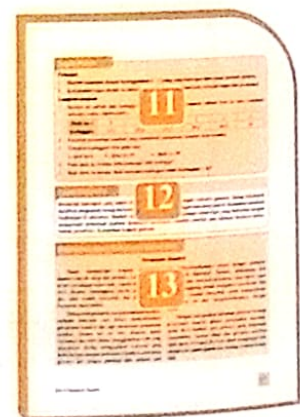
### 12. Tugas Portofolio

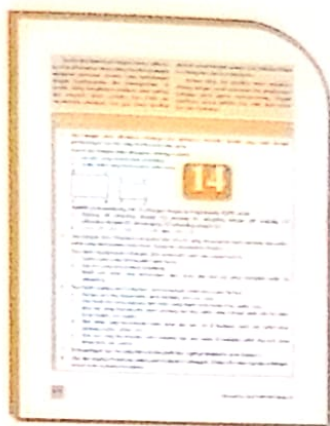
Tugas portofolio merupakan tugas yang harus dilakukan oleh siswa sebagai penguatan dan pendalaman terhadap materi yang telah dipelajari. Tugas portofolio hadir pada setiap akhir pembelajaran dalam setiap bab.



### 13. Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari

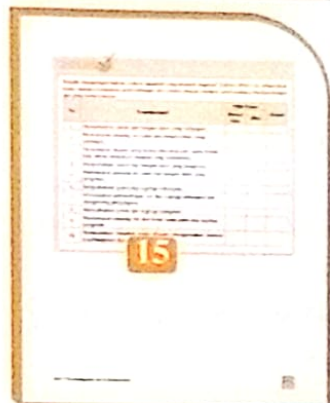
Pada bagian ini, siswa dapat memahami bagaimana aplikasi matematika dalam kehidupan sehari-hari, serta sikap-sikap yang dapat diambil dari setiap materi yang dibahas. Bagian ini juga menjelaskan penjabaran dan pengamalan dari Kompetensi Inti 1 dan Kompetensi Inti 2.





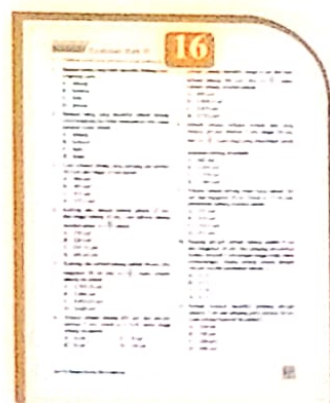
#### 14. Rangkuman

Rangkuman disajikan secara ringkas yang mencakup intisari materi dalam satu bab untuk mengingatkan kembali mengenai materi yang telah dipelajari.



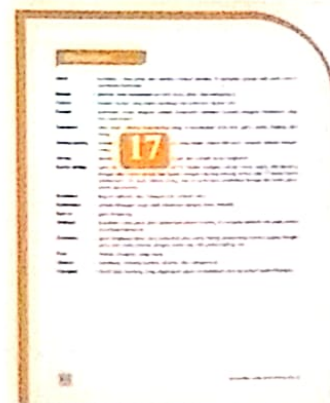
#### 15. Refleksi

Sebagai bahan perenungan dan evaluasi kemampuan diri siswa terhadap materi yang telah dipelajari dalam satu bab. Bagian refleksi ini dapat membantu siswa mengetahui bagian mana sajakah yang belum dipahami dan perlu diperdalam lagi.



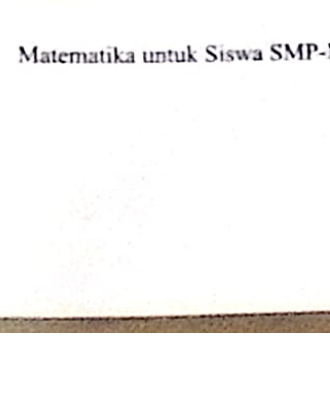
#### 16. Evaluasi Bab

Evaluasi bab merupakan bagian khusus untuk mengevaluasi kemampuan siswa setelah mempelajari materi dalam satu bab. Evaluasi bab terdapat pada setiap akhir bab yang terdiri atas soal pilihan ganda dan soal uraian.



#### 17. Glosarium

Glosarium merupakan bagian yang berisi kata atau istilah penting yang disertai dengan penjelasannya.



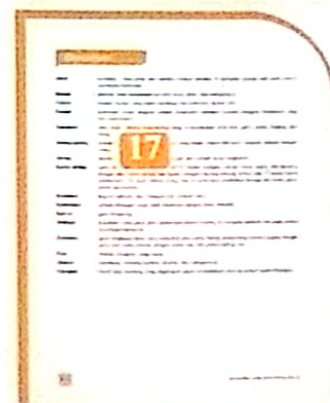
#### 18. Daftar Pustaka

Berisi mengenai referensi sumber yang digunakan dalam penyusunan buku ini.



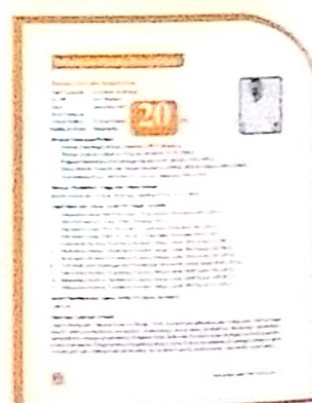
#### 19. Indeks

Bagian ini menampilkan daftar kata-kata kunci beserta referensi halaman tempat kata-kata tersebut muncul.



#### 20. Informasi Pelaku Penerbitan

Memuat secara lengkap mengenai pelaku penerbitan buku ini, yang terdiri atas biodata penulis, biodata editor, dan informasi singkat mengenai penerbitan.



## Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Matematika SMP-MTs Kelas IX

KOMPETENSI INTI 3 (PENGETAHUAN)	KOMPETENSI INTI 4 (KETERAMPILAN)
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.	4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.
KOMPETENSI DASAR	KOMPETENSI DASAR
3.1 Menjelaskan dan melakukan operasi bilangan berpangkat bilangan rasional dan bentuk akar, serta sifat-sifatnya.	4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat operasi bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar.
3.2 Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar-akarnya serta cara penyelesaiannya.	4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.
3.3 Menjelaskan fungsi kuadrat dengan menggunakan tabel, persamaan, dan grafik.	4.3 Menyajikan fungsi kuadrat menggunakan tabel, persamaan, dan grafik.
3.4 Menjelaskan hubungan antara koefisien dan diskriminan fungsi kuadrat dengan grafiknya.	4.4 Menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan sifat-sifat fungsi kuadrat.
3.5 Menjelaskan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.	4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi).
3.6 Menjelaskan dan menentukan kesebangunan dan kekongruenan antarbangun datar.	4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesebangunan dan kekongruenan antarbangun datar.
3.7 Membuat generalisasi luas permukaan dan volume berbagai bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola).	4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola), serta gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.



## Daftar Gambar

### Bab III

Urutan	Keterangan	Hlm.
Gambar 3.1	Grafik parabola	67
Gambar 3.2	Kedudukan grafik fungsi kuadrat terhadap sumbu- $X$ ditinjau dari nilai $a$ dan $D$	74
Gambar 3.3	Grafik fungsi kuadrat yang diketahui titik puncaknya	80
Gambar 3.4	Grafik fungsi kuadrat yang diketahui titik potong dengan sumbu- $X$	81

### Bab IV

Urutan	Keterangan	Hlm.
Gambar 4.1	Animasi pada film	95
Gambar 4.2	Translasi titik $P(x, y)$	95
Gambar 4.3	Translasi pada garis	97
Gambar 4.4	Translasi bidang datar	98
Gambar 4.5	Orang sedang bercermin	102
Gambar 4.6	Pencerminan titik $A$	102
Gambar 4.7	Pencerminan terhadap titik asal $O$	106
Gambar 4.8	Refleksi terhadap garis $y = x$	106
Gambar 4.9	Titik $A$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$	108
Gambar 4.10	Refleksi terhadap garis $x = a$	109
Gambar 4.11	Refleksi terhadap garis $y = b$	110
Gambar 4.12	Rotasi berlawanan dan searah jarum jam	112
Gambar 4.13	Rotasi $90^\circ$ dengan pusat $O(0, 0)$	112
Gambar 4.14	Rotasi $90^\circ$ dengan pusat $P(a, b)$	116
Gambar 4.15	Dilatasi pada bangun datar	117
Gambar 4.16	Dilatasi titik $A(x, y)$ dengan pusat $O(0, 0)$	118
Gambar 4.17	Dilatasi titik $A(x, y)$ dengan pusat $P(a, b)$	119

### Bab V

Urutan	Keterangan	Hlm.
Gambar 5.1	Bangun segitiga dan persegi yang tidak sebangun	135
Gambar 5.2	Persegipanjang $ABCD$ dan persegipanjang $AKLM$	135

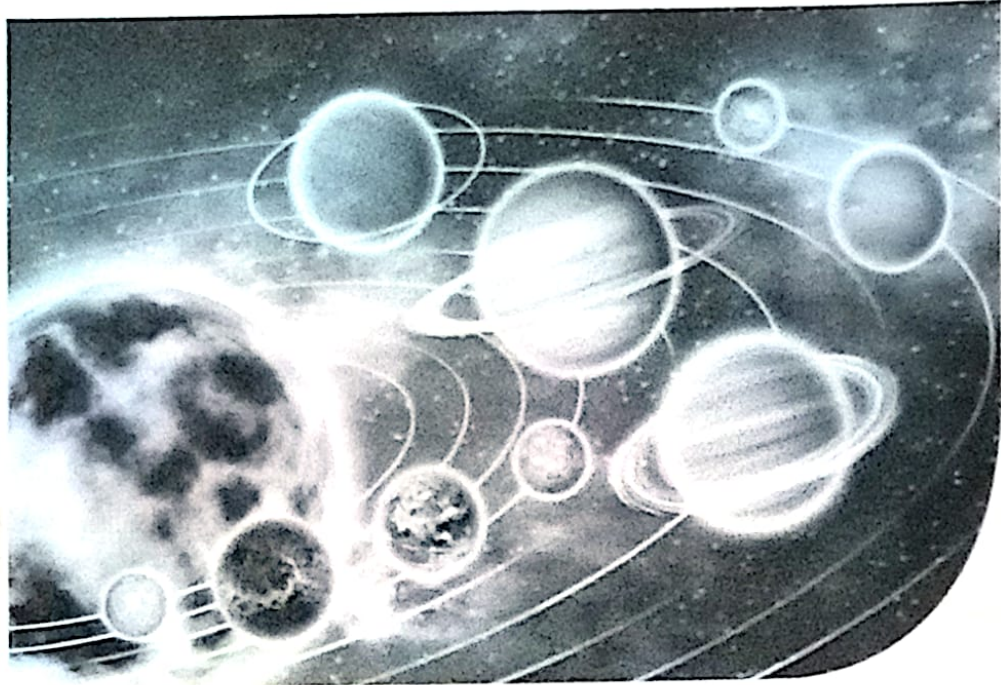
Gambar 5.3	Persegipanjang $ABCD$ sebangun dengan persegipanjang $AKLM$	135
Gambar 5.4	Persegipanjang $PQRS$ dan persegipanjang $PQTU$	135
Gambar 5.5	Persegipanjang $PQRS$ tidak sebangun dengan persegipanjang $PQTU$	135
Gambar 5.6	Persegipanjang $ABCD$ dan $PQRS$	136
Gambar 5.7	Segienam $ABCDEF$ dan $PQRSTU$	137
Gambar 5.8	Segitiga $ABC$ dan $DEF$ memiliki bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda	150
Gambar 5.9	Segitiga $PQR$ dan $STU$	153
Gambar 5.10	Segitiga $ABC$ direfleksikan terhadap garis $MN$ menghasilkan $\Delta A'B'C'$	160
Gambar 5.11	Segitiga $ABC$ ditranslasikan tepat berimpit dengan $\Delta PQR$	160
Gambar 5.12	Segitiga $KLM$ dan $PQR$	163
Gambar 5.13	Segitiga $PQR$ dan $STU$	164
Gambar 5.14	Segitiga $ABC$ dan $DEF$	165

## Bab VI

Urutan	Keterangan	Hlm.
Gambar 6.1	Contoh benda berbentuk tabung	181
Gambar 6.2	Bentuk geometri tabung	181
Gambar 6.3	Tabung	181
Gambar 6.4	(a) Tabung berjari-jari $r$ dan tinggi $t$ (b) Jaring-jaring tabung	182
Gambar 6.5	Kemasan kaleng berbentuk tabung	185
Gambar 6.6	Benda berbentuk kerucut	189
Gambar 6.7	Bentuk geometri kerucut	190
Gambar 6.8	Kerucut	190
Gambar 6.9	(a) Kerucut dengan jari-jari $r$ , tinggi $t$ , dan garis pelukis $s$ (b) Jaring-jaring kerucut	191
Gambar 6.10	Benda berbentuk bola	199
Gambar 6.11	Bentuk geometri bola	199
Gambar 6.12	(a) Bangun datar lingkaran (b) Bangun ruang bola	199

# Bab I

## Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar



Sumber: [https://www.webanywhere.co.uk/blog/wp-content/uploads/2011/08/Fotolia\\_11520560\\_Subscription\\_XL.jpg](https://www.webanywhere.co.uk/blog/wp-content/uploads/2011/08/Fotolia_11520560_Subscription_XL.jpg), diunduh pada tanggal 16 Februari 2017, pukul 14.35 WIB.

Bilangan yang besar sekali atau kecil sekali akan lebih sederhana bila dinyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat, coba simak uraian berikut.

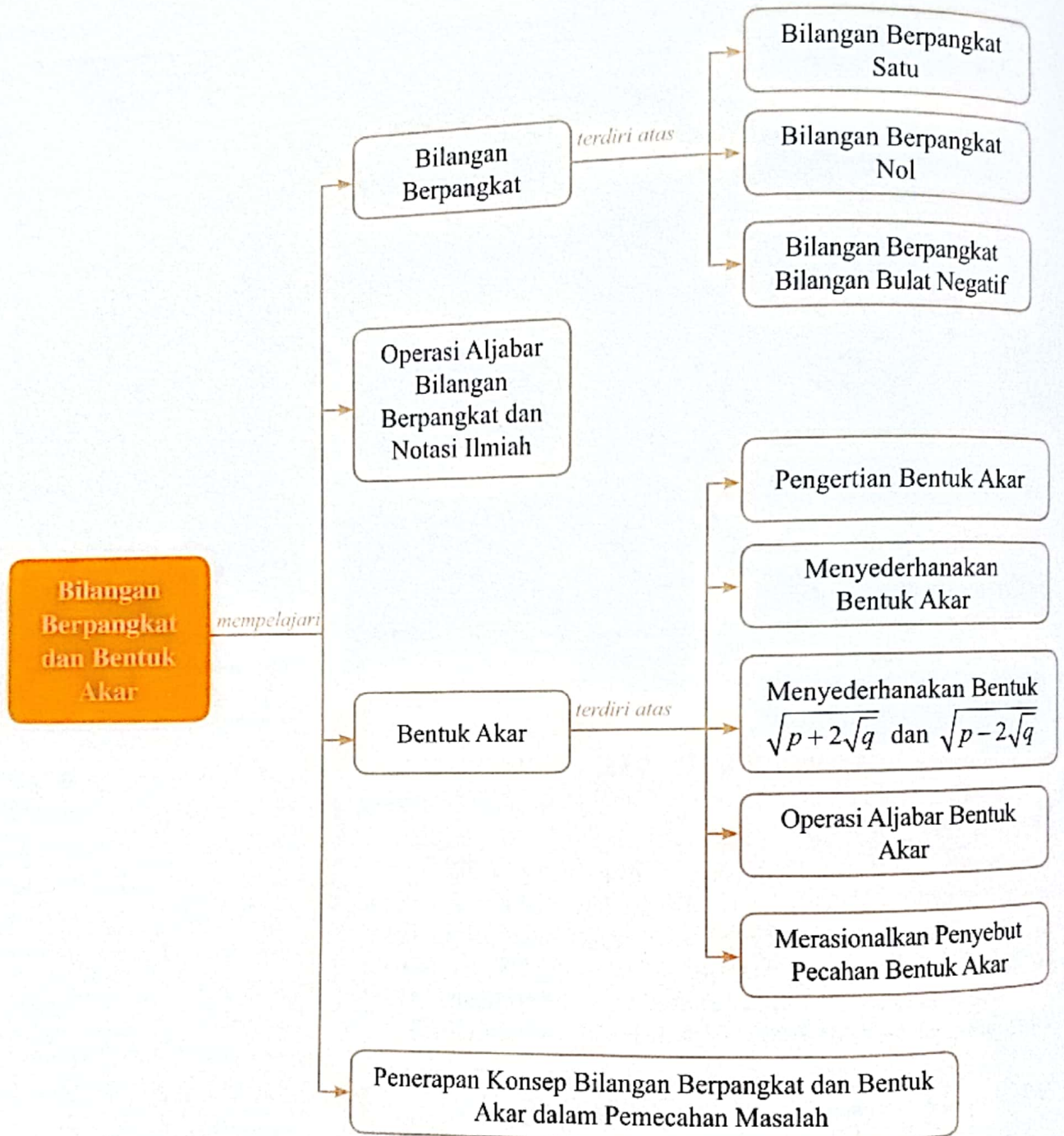
Kita hidup di Galaksi Bimasakti yang mengandung sekitar 200.000.000.000 (dibaca 200 miliar) bintang, salah satu bintang tersebut adalah Matahari. Matahari merupakan bintang yang paling dekat dengan Bumi. Jarak Matahari dari Bumi sekitar 150.000.000 (dibaca 150 juta) km. Bintang terdekat kedua setelah Matahari adalah Alpha Centauri, jaraknya lebih dari 200.000 kali jarak Matahari dari Bumi, yaitu 30.000.000.000.000 km.

Dalam uraian di atas, bilangan 200.000.000.000 jika ditulis dalam bentuk bilangan berpangkat menjadi  $2 \times 10^{11}$ , bilangan 150.000.000 ditulis  $1,5 \times 10^8$ , dan bilangan 30.000.000.000.000 ditulis  $3 \times 10^{13}$ . Cukup sederhana bukan? Cara penulisan tersebut dinamakan notasi ilmiah.

Apa itu notasi ilmiah? Bagaimana hubungannya dengan bilangan berpangkat? Bagaimana sifat-sifat bilangan berpangkat? Lalu apa itu bentuk akar? Untuk mengetahuinya, pelajarilah bab ini dengan saksama.

## Peta Konsep

Untuk memudahkanmu dalam memahami materi pada bab ini, perhatikan peta konsep berikut.



### Kata Kunci

pangkat, bilangan berpangkat, bilangan pokok, pangkat nol, pangkat satu, pangkat bulat positif, pangkat bulat negatif, akar, bentuk akar, notasi ilmiah

## A Bilangan Berpangkat

Dalam operasi hitung suatu bilangan, telah kita ketahui bahwa perpangkatan adalah perkalian berulang sebuah bilangan dengan bilangan itu sendiri. Lalu bagaimana hubungan pangkat dan bilangan berpangkat dalam perpangkatan? Untuk mengetahuinya, coba kerjakanlah aktivitas berikut.

### Aktivitas Siswa 1: Individu

1. Istilah titik-titik berikut dengan bilangan yang benar.
  - a.  $5^3 = 5 \times \dots \times \dots$
  - b.  $4^5 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots$
  - c.  $11^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots$
  - d.  $(-2)^3 = \dots \times \dots \times \dots$
  - e.  $(-6)^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots$
2. Dalam bentuk  $5^3$ , disebut apakah angka 3, angka 5, dan bilangan  $5^3$ ?
3. Berapakah pangkat dari bilangan berpangkat  $(-6)^3$ ?
4. Apa yang dapat kamu simpulkan mengenai pangkat dan bilangan berpangkat?

Pangkat adalah suatu bilangan yang menyatakan banyaknya perkalian berulang dari sebuah bilangan dengan dirinya sendiri. Sementara bilangan berpangkat adalah bilangan yang memiliki pangkat, seperti  $4^3$ ,  $2^5$ ,  $(-1)^2$ , dan sebagainya. Bilangan berpangkat terdiri atas 2 bagian, yaitu bilangan pokok (basis) dan pangkat. Dalam bilangan  $4^3$ , 4 disebut bilangan pokok (basis) dan 3 disebut pangkat.

Secara umum dapat dituliskan:

Jika  $a$  bilangan bulat dan  $n$  bilangan bulat positif, maka:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

dengan:  $a^n$  bilangan berpangkat

$a$  disebut bilangan pokok (basis)

$n$  disebut pangkat

### Contoh Soal 1.1

Tuliskan dalam bentuk perkalian berulang dari setiap bilangan berpangkat berikut.

- a.  $8^4$       b.  $7^5$       c.  $(-4)^3$       d.  $(-2)^5$

**Pembahasan:**

- a.  $8^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8$   
b.  $7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$   
c.  $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$   
d.  $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

### Contoh Soal 1.2

Tentukan hasil dari:

a.  $5^4$

b.  $6^3$

c.  $(-3)^2$

d.  $(-4)^3$

**Pembahasan:**

a.  $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

b.  $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

c.  $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

d.  $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

### Aktivitas Siswa 2: Diskusi

Diskusikan dengan teman sebangkumu.

1. Perhatikan perkalian berulang bilangan berikut, kemudian tunjukkan manakah yang benar dan manakah yang salah?

$$(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$$

$$-6^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = 216$$

$$-6^3 = -(6 \times 6 \times 6) = -216$$

2. Apakah bilangan berpangkat  $(-5)^4$  sama dengan  $-5^4$ ? Jelaskan.

### Contoh Soal 1.3

Dengan menuliskan faktor-faktornya, tunjukkan bahwa:

a.  $2^3 \times 2^4 = 2^7$

c.  $\frac{3^6}{3^2} = 3^4$

e.  $\frac{5^2}{5^4} = \frac{1}{5^2}$

g.  $(4^2)^3 = 4^6$

b.  $5^2 \times 5^4 = 5^6$

d.  $\frac{4^5}{4^2} = 4^3$

f.  $\frac{3^3}{3^5} = \frac{1}{3^2}$

h.  $(6^3)^4 = 6^{12}$

**Pembahasan:**

a.  $2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$$\Leftrightarrow = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\Leftrightarrow 2^3 \times 2^4 = 2^7 \text{ (terbukti)}$$

b.  $5^2 \times 5^4 = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$$\Leftrightarrow = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$\Leftrightarrow 5^2 \times 5^4 = 5^6 \text{ (terbukti)}$$

c.  $\frac{3^6}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \text{ (terbukti)}$

d.  $\frac{4^5}{4^2} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4} = 4 \times 4 \times 4 = 4^3 \text{ (terbukti)}$

e.  $\frac{5^2}{5^4} = \frac{5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{5^2} \text{ (terbukti)}$

$$f. \frac{3^3}{3^5} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3^2} \quad (\text{terbukti})$$

$$g. (4^2)^3 = (4 \times 4)^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4)$$

$$\Leftrightarrow = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$\Leftrightarrow (4^2)^3 = 4^6 \quad (\text{terbukti})$$

$$h. (6^3)^4 = (6 \times 6 \times 6)^4 = (6 \times 6 \times 6) \times (6 \times 6 \times 6) \times (6 \times 6 \times 6) \times (6 \times 6 \times 6)$$

$$\Leftrightarrow = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$\Leftrightarrow (6^3)^4 = 6^{12} \quad (\text{terbukti})$$

### Aktivitas Siswa 3: Diskusi

Perhatikan uraian pembahasan dalam **Contoh Soal 1.3**, kemudian diskusikan bersama teman sebangkumu, sifat-sifat bilangan berpangkat apa sajakah yang dapat diperoleh dari uraian tersebut? Untuk memudahkan, isilah titik-titik berikut ini. Sifat-sifat bilangan berpangkat adalah sebagai berikut.

Untuk  $a$  bilangan bulat tak nol ( $a \neq 0$ ),  $m$  dan  $n$  bilangan bulat positif, maka:

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ jika } m > n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}, \text{ jika } m < n$$

$$3. (a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$$

### 1. Bilangan Berpangkat Satu

Telah kita pelajari bahwa jika  $a$  bilangan bulat dan  $n$  bilangan bulat positif, maka:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

Bagaimana jika  $a^1$ , berapakah hasilnya?

$a^1$  berarti perkalian bilangan  $a$  sebanyak 1 kali (faktor)

$$a^1 = a$$

Dengan demikian, apabila suatu bilangan dipangkatkan satu, maka hasilnya adalah bilangan itu sendiri.

### Contoh Soal 1.4

Tentukan hasil dari:

a.  $15^1$

b.  $(-8)^1$

c.  $-5^1$

**Pembahasan:**

a.  $15^1 = 15$

b.  $(-8)^1 = -8$

c.  $-5^1 = -5$

## 2. Bilangan Berpangkat Nol

Dalam bagian sebelumnya telah kamu pelajari bahwa apabila suatu bilangan dipangkatkan satu, maka hasilnya adalah bilangan itu sendiri, atau ditulis  $a^1 = a$ . Lalu bagaimana bila bilangan itu dipangkatkan nol? Berapakah hasilnya? Untuk mengetahuinya, kerjakan aktivitas siswa berikut.

### Aktivitas Siswa 4: Diskusi

Diskusikan dengan teman sebangkumu dan isilah titik-titik dalam operasi pembagian bilangan berpangkat berikut ini.

(i)  $\frac{3^4}{3^4} = 3^{\quad} = 3^{\quad}$

(ii)  $\frac{3^4}{3^4} = \frac{\dots \times \dots \times \dots \times \dots}{\dots \times \dots \times \dots \times \dots} = \frac{\dots}{\dots} = 1$

- a. Dari hasil kedua operasi pembagian bilangan berpangkat tersebut, apa yang dapat kalian simpulkan?

Simpulan  $3^{\quad} = 1$

- b. Dengan cara yang sama, coba buktikan bahwa  $5^0 = 1$  dan  $(-2)^0 = 1$   
c. Bagaimana dengan  $0^0$ , apakah hasilnya 1 juga atau tidak dapat didefinisikan? Jelaskan.  
d. Simpulan apa yang dapat kamu peroleh mengenai bilangan berpangkat nol?

Dengan demikian, dalam bilangan berpangkat nol berlaku:

1. Jika  $a$  adalah bilangan bulat yang tidak sama dengan nol ( $a \neq 0$ ), maka berlaku  $a^0 = 1$ .
2. Jika  $a = 0$ , maka  $0^0$  tidak terdefinisi.

## 3. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat Negatif

Telah kamu ketahui bahwa  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$  dan  $a^0 = 1$ . Dengan demikian,

$$1.000 = 10^3$$

$$100 = 10^2$$

$$10 = 10^1$$

$$1 = 10^0$$

Coba perhatikan bilangan-bilangan yang berada di ruas kiri. Adakah hubungan antara bilangan 1.000, 100, 10, dan 1? Tentu ada. Bilangan 100 adalah hasil dari 1.000 dibagi 10, sementara 10 adalah hasil dari 100 dibagi 10, dan 1 adalah hasil dari 10 dibagi 10.

Sekarang, coba perhatikan bilangan-bilangan yang berada di ruas kanan. Semakin ke bawah, pangkatnya berkurang 1.



Sehingga dapat kita tuliskan bahwa:

$$\frac{1}{10} = 10^{-1}$$

$$\frac{1}{100} = 10^{-2}$$

dan seterusnya.

Dari uraian di atas dapat kita ketahui bahwa bilangan berpangkat bilangan bulat positif dapat dinyatakan menjadi bilangan berpangkat bilangan bulat negatif, begitupun sebaliknya.

Secara umum dapat didefinisikan bahwa:

Jika  $a$  adalah sembarang bilangan bulat yang tidak sama dengan nol ( $a \neq 0$ ) dan  $n$  bilangan bulat positif, maka

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ atau } a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

### Contoh Soal 1.5

Nyatakan bilangan-bilangan berikut dengan pangkat bilangan bulat negatif.

a.  $\frac{1}{3^4}$       b.  $\frac{1}{(-2)^3}$       c.  $\frac{1}{-4^2}$       d.  $\frac{3}{(-5)^4}$

**Pembahasan:**

a.  $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$       b.  $\frac{1}{(-2)^3} = (-2)^{-3}$       c.  $\frac{1}{-4^2} = -4^{-2}$       d.  $\frac{3}{(-5)^4} = 3 \times \frac{1}{(-5)^4} = 3(-5)^{-4}$

### Contoh Soal 1.6

Nyatakan bilangan-bilangan berikut dengan pangkat bilangan bulat positif.

a.  $5^{-3}$       b.  $(-3)^{-4}$       c.  $-2^{-5}$

**Pembahasan:**

a.  $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$       b.  $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4}$       c.  $-2^{-5} = -\frac{1}{2^5}$

### Contoh Soal 1.7

Tuliskan arti dari pemangkatan bilangan-bilangan berikut ini, kemudian hitunglah hasilnya.

a.  $2^{-3}$       b.  $5^{-4}$       c.  $(-3)^{-2}$       d.  $-2^{-4}$

**Pembahasan:**

a. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$	c. $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{(-3) \times (-3)} = \frac{1}{9}$
b. $5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{625}$	d. $-2^{-4} = -(2)^{-4} = -\frac{1}{2^4} = -\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = -\frac{1}{16}$

### Evaluasi 1.1

- Tuliskan arti dari pemangkatan bilangan-bilangan berikut.
  - $2^3$
  - $3^5$
  - $(-4)^3$
  - $(-5)^4$
  - $(-3)^1$
  - $-6^2$
  - $2^{-5}$
  - $(-1)^{-7}$
  - $-5^{-3}$
  - $-9^{-4}$
- Nyatakanlah bilangan-bilangan berikut dengan pangkat bilangan bulat negatif.
  - $\frac{1}{3^2}$
  - $\frac{1}{5^3}$
  - $\frac{1}{4^3}$
  - $\frac{5}{6^2}$
  - $\frac{2}{7^3}$
  - $\frac{4}{5^4}$
- Nyatakanlah bilangan-bilangan berikut dengan pangkat bilangan bulat positif.
  - $4^{-2}$
  - $5^{-3}$
  - $7^{-4}$
  - $2 \times 3^{-5}$
  - $4 \times 5^{-3}$
  - $5 \times 7^{-4}$
- Tentukan hasil pemangkatan bilangan berikut ini.
  - $(-4)^3$
  - $-5^4$
  - $7^0$
  - $(-8)^1$
  - $5^{-2}$
  - $(-4)^{-3}$

## B Operasi Aljabar Bilangan Berpangkat dan Notasi Ilmiah

### 1. Operasi Aljabar Bilangan Berpangkat

Dari bahasan sebelumnya telah kita peroleh beberapa sifat bilangan berpangkat, yaitu sebagai berikut.

Untuk  $a$  bilangan bulat tak nol ( $a \neq 0$ ),  $m$  dan  $n$  bilangan bulat, maka:

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ , untuk  $m > n$  dan  $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ , untuk  $m < n$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$

Sifat-sifat bilangan berpangkat tersebut akan digunakan dalam operasi aljabar bilangan berpangkat. Untuk lebih jelasnya perhatikan beberapa contoh berikut ini.

### Contoh Soal 1.8

Tentukanlah hasil dari setiap operasi aljabar bilangan berpangkat berikut.

- $4^2 \times 4^1$
- $3^3 \times 3^0$
- $5^3 \times 5^{-2}$
- $(-6)^2 \times (-6)^{-2}$
- $2^{-4} \times 2^{-1}$
- $(-5)^4 : (-5)^2$
- $8^{-2} : 8$
- $-5^0 : -5^3$
- $((-3)^3)^2$
- $(2^{-3})^2$

### Pembahasan:

a.  $4^2 \times 4^1 = 4^{2+1} = 4^3 = 64$

b.  $3^3 \times 3^0 = 3^{3+0} = 3^3 = 27$

c.  $5^3 \times 5^{-2} = 5^{3+(-2)} = 5^1 = 5$

d.  $(-6)^2 \times (-6)^{-2} = (-6)^{2+(-2)} = (-6)^0 = 1$

e.  $2^{-4} \times 2^{-1} = 2^{-4+(-1)} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

f.  $(-5)^4 : (-5)^2 = (-5)^{4-2} = (-5)^2 = 25$

g.  $8^{-2} : 8 = 8^{-2-1} = 8^{-3} = \frac{1}{8^3} = \frac{1}{512}$

h.  $-5^0 : -5^3 = (5^{0-3}) = (5^{-3}) = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

i.  $((-3)^3)^2 = (-3)^{3 \times 2} = (-3)^6 = 729$

j.  $(2^{-3})^2 = 2^{-3 \times 2} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

## 2. Notasi Ilmiah

Dalam pengantar bab ini telah dijelaskan bahwa bilangan berpangkat dapat digunakan dalam menyederhanakan penulisan bilangan yang besar sekali atau kecil sekali. Sebagai contoh, jarak Matahari dari Bumi yaitu 150.000.000 km dapat ditulis menjadi  $1,5 \times 10^8$  km. Bentuk  $1,5 \times 10^8$  merupakan bentuk notasi ilmiah atau bentuk baku.

Secara umum, bentuk baku suatu bilangan atau notasi ilmiah dirumuskan:

$$a \times 10^n, \text{ dengan } 1 \leq a < 10 \text{ dan } n \text{ bilangan bulat}$$

untuk lebih jelasnya, simaklah contoh berikut ini.

### Contoh Soal 1.9

Nyatakan setiap bilangan berikut dalam bentuk notasi ilmiah.

a. 300.000.000      b. 2.500.000.000.000      c. 0,00000001      d. 0,00000000047

### Pembahasan:

a.  $\underbrace{300\,000\,000}_{\substack{8 \text{ langkah} \\ \text{ke kiri}}} = 3 \times 10^8$

Jadi, notasi ilmiah dari 300.000.000 adalah  $3 \times 10^8$ .

b.  $\underbrace{2\,500\,000\,000\,000}_{\substack{12 \text{ langkah} \\ \text{ke kiri}}} = 2,5 \times 10^{12}$

Jadi, notasi ilmiah dari 2.500.000.000.000 adalah  $2,5 \times 10^{12}$ .

c.  $\underbrace{0,000\,000\,01}_{\substack{8 \text{ langkah} \\ \text{ke kanan}}} = 1 \times 10^{-8}$

Jadi, notasi ilmiah dari 0,00000001 adalah  $1 \times 10^{-8}$ .

d.  $\underbrace{0,000\,000\,000\,47}_{\substack{10 \text{ langkah} \\ \text{ke kanan}}} = 4,7 \times 10^{-10}$

Jadi, notasi ilmiah dari 0,000000000 47 adalah  $4,7 \times 10^{-10}$ .

## Aktivitas Siswa 5: Diskusi

Diskusikan dengan teman sebangkumu.

Carilah informasi mengenai ukuran dari massa elektron, massa proton, massa Matahari, dan massa Bumi, kemudian tuliskan dalam bentuk notasi ilmiah.

## Evaluasi 1.2

1. Tentukanlah hasil dari setiap operasi aljabar bilangan berpangkat berikut.

a.  $2^2 \times 2^3$

i.  $5^3 : 5^{-1}$

b.  $3^4 \times 3^0$

j.  $(-2)^{-4} : (-2)^1$

c.  $(-5)^2 \times (-5)^2$

k.  $7^{-4} : 7^{-2}$

d.  $(-4)^3 \times (-4)^{-3}$

l.  $-4^3 : -4^2$

e.  $6^{-3} \times 6^2$

m.  $(2^3)^4$

f.  $(-2)^{-2} \times (-2)^{-4}$

n.  $(3^{-2})^3$

g.  $8^3 : 8^2$

o.  $((-4)^2)^0$

h.  $(-3)^4 : (-3)^4$

2. Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk notasi ilmiah.

a. 1.500.000

d. 0,0000005

b. 370.000.000

e. 0,00000000075

c. 188.000.000.000

f. 0,000000000128

3. Nyatakan bentuk-bentuk berikut dalam bentuk notasi ilmiah.

a.  $250 \times 10^5$

d.  $0,12 \times 10^2$

b.  $17 \times 10^8$

e.  $15 \times 10^{-5}$

c.  $815 \times 10^{12}$

f.  $0,08 \times 10^{-6}$

4. Berdasarkan jaraknya dari Matahari, kedelapan planet dalam tata surya yaitu Merkurius (57,9 juta km), Venus (108 juta km), Bumi (150 juta km), Mars (228 juta km), Jupiter (779 juta km), Saturnus (1.430 juta km), Uranus (2.871 juta km), dan Neptunus (4.498 juta km).

Tuliskan jarak-jarak tersebut dalam bentuk notasi ilmiah.

## C

## Bentuk Akar

Sebelum kita bahas mengenai pengertian bentuk akar, terlebih dahulu kita ingat kembali mengenai pengertian akar. Telah kita ketahui bahwa:

$$6^2 = 36 \Leftrightarrow \sqrt{36} = 6$$

$$4^3 = 64 \Leftrightarrow \sqrt[3]{64} = 4$$

Untuk lebih mengingat kembali mengenai pengertian akar dan penarikan akar suatu bilangan, kerjakanlah aktivitas berikut.

## Aktivitas Siswa 6: Individu

1. Tentukan hasil dari akar-akar berikut.

a.  $\sqrt{25} = \dots$  sebab  $\dots^2 = 25$

b.  $\sqrt{49} = \dots$  sebab  $\dots^2 = 49$

c.  $\sqrt{144} = \dots$  sebab  $\dots^2 = 144$

d.  $\sqrt[3]{27} = \dots$  sebab  $\dots^3 = 27$

e.  $\sqrt[3]{125} = \dots$  sebab  $\dots^3 = \dots$

f.  $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\dots}{\dots}$  sebab  $\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{\dots}{\dots}$

g.  $\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{\dots}{\dots}$  sebab  $\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{\dots}{\dots}$

2. a. Tentukan hasil dari  $\sqrt{\frac{2}{7}}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{15}$ , dan  $\sqrt{120}$ .

b. Apakah hasil dari akar-akar tersebut bilangan bulat atau bilangan pecahan atau bukan keduanya?

Berdasarkan aktivitas di atas, kita ingat kembali bahwa akar merupakan kebalikan dari perpangkatan. Secara umum dapat ditulis:

Jika  $a$  dan  $b$  bilangan real serta  $n$  bilangan bulat positif, maka:

$$a^n = b \Leftrightarrow \sqrt[n]{b} = a$$

dengan:  $\sqrt[n]{b}$  disebut akar (radikal)

$b$  disebut hasil pangkat

$n$  disebut indeks

$\sqrt[n]{b}$  dibaca "akar pangkat  $n$  dari  $b$ ". Untuk  $n=2$ , maka  $\sqrt[n]{b}$  cukup ditulis  $\sqrt{b}$  dan dibaca "akar dari  $b$ ".

### 1. Pengertian Bentuk Akar

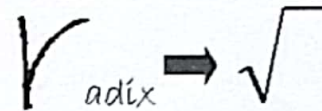
Coba perhatikan kembali hasil **Aktivitas Siswa 6** yang telah kamu kerjakan. Bilangan  $\sqrt{\frac{2}{7}}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{15}$ , dan  $\sqrt{120}$  tidak

menghasilkan bilangan bulat maupun bilangan pecahan. Akar-akar dari bilangan yang hasilnya *bukan* bilangan bulat maupun bilangan pecahan disebut *bentuk akar*.

Perhatikan beberapa akar berikut ini.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt[3]{8} = 2 \\ \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \text{bukan bentuk akar} \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{3} = 1,732\dots \\ \sqrt[3]{7} = 1,912\dots \\ \sqrt{\frac{1}{8}} = 0,353\dots \end{array} \right\} \text{bentuk akar}$$

### Info Matematika



Sumber: <https://muhar5yah.files.wordpress.com/2008/10/radix2.png>, diunduh pada tanggal 16 Februari 2017 pukul 14:49 WIB

Dalam matematika dikenal tanda akar  $\sqrt{\quad}$  yang menyerupai huruf V. Tanda akar tanpa tanda yang lain menunjukkan akar pangkat 2. Tanda ini diperkenalkan pada tahun 1220 oleh seorang bangsa Italia yang bernama **Leonardo da Pisa**. Tanda Rx ini merupakan kepanjangan dari kata *radix*, bahasa Latin yang berarti akar.

### Contoh Soal 1.10

Di antara bilangan-bilangan berikut, manakah yang merupakan bentuk akar?

a.  $\sqrt{27}$

c.  $\sqrt[3]{64}$

e.  $\sqrt{10}$

b.  $\sqrt{81}$

d.  $\sqrt{0,4}$

f.  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

Pembahasan:

a.  $\sqrt{27} = 5,196\dots$  (bentuk akar)

b.  $\sqrt{81} = 9$  (bukan bentuk akar)

c.  $\sqrt[3]{64} = 4$  (bukan bentuk akar)

d.  $\sqrt{0,4} = 0,632\dots$  (bentuk akar)

e.  $\sqrt{10} = 3,162\dots$  (bentuk akar)

f.  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$  (bukan bentuk akar)

## 2. Menyederhanakan Bentuk Akar

Menyederhanakan bentuk akar berarti menuliskan bilangan di dalam tanda akar menjadi bilangan bulat positif dalam bentuk yang sekecil mungkin. Dalam menyederhanakan bentuk akar, perlu diketahui terlebih dahulu sifat perkalian akar-akar. Untuk lebih memahaminya, kerjakanlah aktivitas berikut.

### Aktivitas Siswa 7: Individu

Isilah titik-titik berikut dengan bilangan yang tepat.

1.  $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times \dots$   
 $= \dots$

$$\begin{aligned} \sqrt{9} \times \sqrt{16} &= \sqrt{9 \times \dots} \\ &= \sqrt{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

3.  $\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{64} = \dots \times \dots$   
 $= \dots$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{64} &= \sqrt[3]{\dots \times \dots} \\ &= \sqrt[3]{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Dengan demikian,  $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = \sqrt{9 \times 16}$

Dengan demikian,  $\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{\dots \times \dots}$

2.  $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \dots \times \dots$   
 $= \dots$

$$\begin{aligned} \sqrt{4} \times \sqrt{25} &= \sqrt{\dots \times \dots} \\ &= \sqrt{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Dengan demikian,  $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \sqrt{\dots \times \dots}$

Simpulan yang dapat kamu peroleh dari kegiatan di atas adalah ....

Dengan demikian, untuk  $a$ ,  $b$ , dan  $n$  bilangan bulat atau bilangan pecahan positif, berlaku:

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

Sifat perkalian bentuk akar di atas akan digunakan dalam menyederhanakan bentuk akar. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

### Contoh Soal 1.11

Sederhanakanlah bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{8}$       b.  $\sqrt{48}$       c.  $\sqrt[3]{54}$       d.  $\sqrt[3]{108}$       e.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       f.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

Pembahasan:

a.  $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

b.  $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

c.  $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \times 2} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$

d.  $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{27 \times 4} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{4} = 3\sqrt[3]{4}$

e.  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{9} \times 6} = \sqrt{\frac{1}{9}} \times \sqrt{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$

f.  $\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{8} \times 4} = \sqrt{\frac{1}{8}} \times \sqrt{4} = \frac{1}{2}\sqrt{4}$

### 3. Menyederhanakan Bentuk $\sqrt{p+2\sqrt{q}}$ dan $\sqrt{p-2\sqrt{q}}$

Untuk menyederhanakan bentuk  $\sqrt{p+2\sqrt{q}}$  dan  $\sqrt{p-2\sqrt{q}}$ , kita tentukan dua buah bilangan, misalnya  $a$  dan  $b$ , sedemikian sehingga  $a+b=p$  dan  $ab=q$ , dengan  $a > b$ . Sehingga diperoleh

$$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \text{dan} \quad \sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Untuk lebih memahaminya, pelajarilah contoh soal berikut ini.

### Contoh Soal 1.12

Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

b.  $\sqrt{7-2\sqrt{12}}$

c.  $\sqrt{8+\sqrt{60}}$

Pembahasan:

a.  $\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2)+2\sqrt{3 \times 2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

b.  $\sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{(4+3)-2\sqrt{4 \times 3}} = \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$

c.  $\sqrt{8+\sqrt{60}} = \sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)+2\sqrt{5 \times 3}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

### 4. Operasi Aljabar Bentuk Akar

#### a. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Akar

Operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar dapat dilakukan dengan menggunakan sifat berikut.

Untuk  $a, b, c$  bilangan bulat atau bilangan pecahan dengan  $c \geq 0$ , berlaku

1.  $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$

2.  $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$

### Contoh Soal 1.13

Selesaikanlah operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar berikut.

a.  $3\sqrt{2} + \sqrt{2}$       b.  $4\sqrt{3} - \sqrt{12}$       c.  $5\sqrt{2} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{32}$       d.  $4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - 5\sqrt{5}$

**Pembahasan:**

a.  $3\sqrt{2} + \sqrt{2} = (3+1)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

b.  $4\sqrt{3} - \sqrt{12} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (4-2)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

c.  $5\sqrt{2} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} = 5\sqrt{2} - 2(2\sqrt{2}) + 3(4\sqrt{2})$

$\Leftrightarrow = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 12\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow = (5-4+12)\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$

d.  $4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - 5\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 3(2\sqrt{5}) - 5\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow = (4+6-5)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

### b. Perkalian Bentuk Akar

Operasi perkalian bentuk akar dapat dilakukan dengan menggunakan sifat berikut.

Untuk  $a, b, c, d$  bilangan bulat atau bilangan pecahan dengan  $c, d \geq 0$ , berlaku

$$a\sqrt{c} \times b\sqrt{d} = (a \times b)\sqrt{c \times d}$$

### Contoh Soal 1.14

Sederhanakanlah bilangan-bilangan bentuk akar berikut.

a.  $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{3}$

c.  $\sqrt{7} \times \sqrt{14}$

e.  $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

b.  $4\sqrt{5} \times \sqrt{6}$

d.  $\sqrt{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{18})$

**Pembahasan:**

a.  $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} = (3 \times 4)\sqrt{2 \times 3} = 12\sqrt{6}$

b.  $4\sqrt{5} \times \sqrt{6} = (4 \times 1)\sqrt{5 \times 6} = 4\sqrt{30}$

c.  $\sqrt{7} \times \sqrt{14} = \sqrt{7 \times 14} = \sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2}$

d.  $\sqrt{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{18}) = (\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}) + (\sqrt{2} \times \sqrt{18}) = 2\sqrt{6} + \sqrt{36} = 2\sqrt{6} + 6$

e.  $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{5}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{5})$

$\Leftrightarrow = (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) - (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) - (\sqrt{5} \times \sqrt{3}) + (\sqrt{5} \times \sqrt{5})$

$\Leftrightarrow = \sqrt{9} - \sqrt{15} - \sqrt{15} + \sqrt{25}$

$\Leftrightarrow = 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8 - 2\sqrt{15}$

Cara lain,  $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3} \times \sqrt{5}) + (\sqrt{5})^2$

$\Leftrightarrow = 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8 - 2\sqrt{15}$

**Ingat!**

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(\sqrt{a})^2 = a^{\frac{2}{2}} = a^1 = a$$



### c. Operasi Pembagian Bentuk Akar

Operasi pembagian bentuk akar dapat dilakukan dengan menggunakan sifat berikut.

Untuk  $a, b$  bilangan bulat tak negatif dengan  $b \neq 0$ , berlaku

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

#### Contoh Soal 1.15

Selesaikanlah operasi pembagian bentuk-bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{8} : \sqrt{2}$       b.  $\sqrt{27} : \sqrt{3}$       c.  $\sqrt{24} : \sqrt{8}$       d.  $\frac{2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}}{12\sqrt{6}}$

Pembahasan:

a.  $\sqrt{8} : \sqrt{2} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

b.  $\sqrt{27} : \sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$

c.  $\sqrt{24} : \sqrt{8} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{24}{8}} = \sqrt{3}$

d.  $\frac{2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}}{12\sqrt{6}} = \frac{(2 \times 3)\sqrt{3 \times 2}}{12\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6}}{12\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{6}{6}} = \frac{1}{2}$

#### Evaluasi 1.3

1. Sederhanakanlah bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{18}$       c.  $\sqrt{50}$       e.  $\sqrt[3]{8}$       g.  $2\sqrt[3]{128}$       i.  $\sqrt{\frac{3}{8}}$   
b.  $\sqrt{20}$       d.  $\sqrt[3]{16}$       f.  $4\sqrt{125}$       h.  $\sqrt{\frac{1}{3}}$       j.  $\sqrt[3]{\frac{9}{8}}$

2. Selesaikanlah operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar berikut.

a.  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$       d.  $4\sqrt{32} - 3\sqrt{2}$       g.  $\sqrt{\frac{2}{3}} + 3\sqrt{6} - \sqrt{\frac{3}{2}}$   
b.  $4\sqrt{3} + 5\sqrt{12}$       e.  $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{32}$   
c.  $5\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$       f.  $3\sqrt{24} - \sqrt{150} + \sqrt{54}$

3. Selesaikanlah operasi perkalian bentuk-bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$       d.  $6\sqrt{2} \times \frac{2}{3}\sqrt{18}$       g.  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$   
b.  $2\sqrt{7} \times 3\sqrt{2}$       e.  $2\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$       h.  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$   
c.  $2\sqrt{3} \times \sqrt{24}$       f.  $3\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

4. Selesaikanlah operasi pembagian bentuk-bentuk akar berikut ini.

a.  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$

c.  $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{12}}$

e.  $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

g.  $\frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{24}}{\sqrt{7} \times 3\sqrt{14}}$

b.  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

d.  $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

f.  $\frac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}}{\sqrt{60}}$

5. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$

b.  $\sqrt{12 + 2\sqrt{20}}$

c.  $\sqrt{12 - 2\sqrt{27}}$

d.  $\sqrt{11 - 2\sqrt{24}}$

6. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{6 + \sqrt{32}}$

b.  $\sqrt{14 + \sqrt{52}}$

c.  $\sqrt{9 - \sqrt{80}}$

d.  $\sqrt{11 + \sqrt{40}}$

### 5. Merasionalkan Penyebut Pecahan Bentuk Akar

Proses untuk menentukan nilai pecahan yang penyebutnya merupakan bentuk akar tentunya akan membutuhkan waktu yang cukup lama jika kita menghitungnya tanpa menggunakan kalkulator. Sebagai contoh, cobalah kamu hitung nilai pecahan  $\frac{4}{\sqrt{2}}$  atau  $\frac{4}{1,4142}$  tanpa menggunakan kalkulator, tentu membutuhkan waktu yang lama untuk menghitungnya bukan?

Ada cara lain yang lebih mudah dan tidak membutuhkan banyak waktu untuk menyelesaikan perhitungan di atas, yaitu dengan mengubah penyebutnya, sehingga tidak memuat bentuk akar. Cara yang demikian dinamakan merasionalkan penyebut.

#### a. Merasionalkan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Dalam merasionalkan bentuk  $\frac{a}{\sqrt{b}}$  dapat dilakukan dengan cara mengalikan  $\frac{a}{\sqrt{b}}$  dengan  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ .

$$\frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

#### Contoh Soal 1.16

Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut ini.

a.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

b.  $\frac{-2}{\sqrt{5}}$

c.  $\sqrt{\frac{4}{7}}$

**Pembahasan:**

a.  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$       b.  $\frac{-2}{\sqrt{5}} = \frac{-2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$       c.  $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{7}}$   
 $\Leftrightarrow = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$        $\Leftrightarrow = \frac{-2\sqrt{5}}{5} = \frac{-2}{5}\sqrt{5}$        $\Leftrightarrow = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{7}\sqrt{7}$

b. Merasionalkan Bentuk  $\frac{a}{b+\sqrt{c}}$  dan  $\frac{a}{b-\sqrt{c}}$

Merasionalkan bentuk  $\frac{a}{b+\sqrt{c}}$  dapat dilakukan dengan

cara mengalikan  $\frac{a}{b+\sqrt{c}}$  dengan  $\frac{b-\sqrt{c}}{b-\sqrt{c}}$ .

$$\frac{a}{b+\sqrt{c}} \times \frac{b-\sqrt{c}}{b-\sqrt{c}} = \frac{a(b-\sqrt{c})}{b^2-c} = \frac{a}{b^2-c}(b-\sqrt{c})$$

Sementara merasionalkan bentuk  $\frac{a}{b-\sqrt{c}}$  dapat dilakukan

dengan cara mengalikan  $\frac{a}{b-\sqrt{c}}$  dengan  $\frac{b+\sqrt{c}}{b+\sqrt{c}}$ .

$$\frac{a}{b-\sqrt{c}} \times \frac{b+\sqrt{c}}{b+\sqrt{c}} = \frac{a(b+\sqrt{c})}{b^2-c} = \frac{a}{b^2-c}(b+\sqrt{c})$$

**Contoh Soal 1.17**

Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut ini.

a.  $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$       b.  $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$       c.  $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

**Pembahasan:**

a.  $\frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$       b.  $\frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{1}{\sqrt{3}-2} \times \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+2}$   
 $\Leftrightarrow = \frac{2(3-\sqrt{5})}{3^2-(\sqrt{5})^2}$        $\Leftrightarrow = \frac{1(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3})^2-2^2}$   
 $\Leftrightarrow = \frac{2(3-\sqrt{5})}{9-5}$        $\Leftrightarrow = \frac{1(\sqrt{3}+2)}{3-4}$   
 $\Leftrightarrow = \frac{2(3-\sqrt{5})}{4}$        $\Leftrightarrow = \frac{\sqrt{3}+2}{-1}$   
 $\Leftrightarrow = \frac{1}{2}(3-\sqrt{5})$        $\Leftrightarrow = -1(\sqrt{3}+2)$   
       $\Leftrightarrow = -\sqrt{3}-2$

$$\begin{aligned}
 c. \quad \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} &= \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{3^2 - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2}{3^2 - (\sqrt{5})^2} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{9 - 6\sqrt{5} + 5}{9 - 5} = \frac{14 - 6\sqrt{5}}{4} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2} \text{ (pembilang dan penyebut dibagi oleh 2)}
 \end{aligned}$$

c. **Merasionalkan Bentuk**  $\frac{a}{\sqrt{b+\sqrt{c}}}$  dan  $\frac{a}{\sqrt{b-\sqrt{c}}}$

Merasionalkan bentuk  $\frac{a}{\sqrt{b+\sqrt{c}}}$  dapat dilakukan dengan

cara mengalikan  $\frac{a}{\sqrt{b+\sqrt{c}}}$  dengan  $\frac{\sqrt{b-\sqrt{c}}}{\sqrt{b-\sqrt{c}}}$ .

$$\frac{a}{\sqrt{b+\sqrt{c}}} \times \frac{\sqrt{b-\sqrt{c}}}{\sqrt{b-\sqrt{c}}} = \frac{a(\sqrt{b-\sqrt{c}})}{b-c} = \frac{a}{b-c} (\sqrt{b-\sqrt{c}})$$

Sementara merasionalkan bentuk  $\frac{a}{\sqrt{b-\sqrt{c}}}$  dapat dilaku-

kan dengan cara mengalikan  $\frac{a}{\sqrt{b-\sqrt{c}}}$  dengan  $\frac{\sqrt{b+\sqrt{c}}}{\sqrt{b+\sqrt{c}}}$ .

$$\frac{a}{\sqrt{b-\sqrt{c}}} \times \frac{\sqrt{b+\sqrt{c}}}{\sqrt{b+\sqrt{c}}} = \frac{a(\sqrt{b+\sqrt{c}})}{b-c} = \frac{a}{b-c} (\sqrt{b+\sqrt{c}})$$

### Contoh Soal 1.18

Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut ini.

a.  $\frac{6}{\sqrt{6+\sqrt{2}}}$

b.  $\frac{2}{\sqrt{3-\sqrt{7}}}$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
 a. \quad \frac{6}{\sqrt{6+\sqrt{2}}} &= \frac{6}{\sqrt{6+\sqrt{2}}} \times \frac{\sqrt{6-\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{6(\sqrt{6-\sqrt{2}})}{6-2} = \frac{6(\sqrt{6-\sqrt{2}})}{4} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{3}{2}(\sqrt{6-\sqrt{2}})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b. \quad \frac{2}{\sqrt{3-\sqrt{7}}} &= \frac{2}{\sqrt{3-\sqrt{7}}} \times \frac{\sqrt{3+\sqrt{7}}}{\sqrt{3+\sqrt{7}}} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{2(\sqrt{3+\sqrt{7}})}{3-7} = \frac{2(\sqrt{3+\sqrt{7}})}{-4} \\
 \Leftrightarrow &= \frac{-(\sqrt{3+\sqrt{7}})}{2} = \frac{-\sqrt{3+\sqrt{7}}}{2}
 \end{aligned}$$

### Contoh Soal 1.19

Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{3-\sqrt{5}}$

b.  $\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}}$

**Pembahasan:**

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{3-\sqrt{5}} &= \sqrt{(3-\sqrt{5})\left(\frac{\times 2}{\times 2}\right)} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5}\times 1}}{\sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Rasionalkan penyebutnya, menjadi

$$\sqrt{3-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{b. } \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}} = \frac{1}{\sqrt{(4+\sqrt{15})\left(\frac{\times 2}{\times 2}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8+2\sqrt{15}}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow = \frac{1}{\frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8+2\sqrt{15}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(5+3)+2\sqrt{5}\times 3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$$

Rasionalkan penyebutnya, menjadi

$$\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{5-3} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$$

### Evaluasi 1.4

1. Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut ini.

a.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

f.  $\frac{2a}{\sqrt{a}}; a > 0$

k.  $\frac{2}{2+\sqrt{3}}$

p.  $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$

b.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

g.  $-\sqrt{\frac{5}{6}}$

l.  $\frac{1}{\sqrt{2}-2}$

q.  $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

c.  $\frac{4}{\sqrt{7}}$

h.  $-\sqrt{\frac{a}{3}}; a \geq 0$

m.  $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$

r.  $\frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$

d.  $\frac{-5}{\sqrt{5}}$

i.  $\frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

n.  $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1}$

s.  $\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

e.  $\frac{6}{-\sqrt{3}}$

j.  $\frac{3a}{\sqrt{3a}}; a > 0$

o.  $\frac{3-\sqrt{7}}{2+\sqrt{7}}$

t.  $\frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

2. Sederhanakan lalu rasionalkan bentuk akar berikut ini.

a.  $\sqrt{2+\sqrt{3}}$

c.  $\sqrt{6-\sqrt{27}}$

e.  $\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

b.  $\sqrt{6+\sqrt{35}}$

d.  $\sqrt{10-\sqrt{21}}$

f.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6-\sqrt{27}}}$



## Penerapan Konsep Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar dalam Pemecahan Masalah

Dalam bagian pengantar telah disebutkan bahwa bilangan berpangkat biasanya digunakan dalam menyatakan atau menghitung bilangan yang besar sekali atau kecil sekali. Salah satu penggunaan bentuk akar yaitu untuk menghitung ukuran suatu bangun. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

### Contoh Soal 1.20

Anggota tata surya di bawah ini dianggap berbentuk tepat seperti bola. Tentukanlah volume dari anggota-anggota tata surya berikut ini.

- Bulan yang berjari-jari 1.800 km.
- Bumi yang berjari-jari 6.000 km.

**Pembahasan:**

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3; r = \text{jari-jari bola}$$

- Jari-jari Bulan,  $r = 1.800 \text{ km} = 18 \times 10^2 \text{ km}$

$$\text{Volume Bulan, } V = \frac{4}{3} \pi (18 \times 10^2)^3$$

$$\Leftrightarrow = \frac{4}{3} \pi \times 18^3 \times 10^6$$

$$\Leftrightarrow = \frac{4}{3} \pi \times 18 \times 18^2 \times 10^6$$

$$\Leftrightarrow = 7.776 \pi \times 10^6$$

Jadi, volume Bulan adalah  $7.776 \pi \times 10^6 \text{ km}^3$ .

- Jari-jari Bumi,  $r = 6.000 \text{ km} = 6 \times 10^3 \text{ km}$

$$\text{Volume Bumi, } V = \frac{4}{3} \pi (6 \times 10^3)^3$$

$$\Leftrightarrow = \frac{4}{3} \pi \times 6^3 \times 10^9$$

$$\Leftrightarrow = 288 \pi \times 10^9$$

Jadi, volume Bumi adalah  $288 \pi \times 10^9 \text{ km}^3$ .

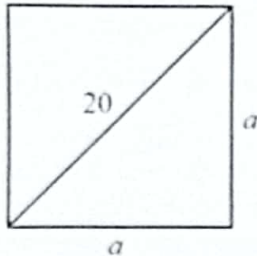
### Contoh Soal 1.21

Suatu persegi memiliki panjang diagonal 20 cm. Tentukanlah:

- a. panjang sisinya    b. luasnya

**Pembahasan:**

- a. Misalkan panjang sisi persegi adalah  $a$  cm.



Menurut dalil Pythagoras,

$$\begin{aligned} 20 &= \sqrt{a^2 + a^2} \\ \Leftrightarrow 20 &= \sqrt{2a^2} \\ \Leftrightarrow 20 &= a\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow a &= \frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi, panjang sisinya adalah  $10\sqrt{2}$  cm.

- b. Luas persegi,  $L = a^2$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow &= (10\sqrt{2})^2 \\ \Leftrightarrow &= 10^2 \times (\sqrt{2})^2 = 100 \times 2 = 200 \end{aligned}$$

Jadi, luasnya adalah  $200 \text{ cm}^2$ .

### Evaluasi 1.5

1. Jika Matahari dianggap berbentuk tepat seperti bola dengan diameter 140.000.000.000 cm, maka tentukanlah volume Matahari dalam satuan  $\text{m}^3$ .
2. Diketahui massa Matahari sekitar  $1,9 \times 10^{30}$  kg. Jika massa Bumi  $3 \times 10^{-6}$  kali massa Matahari, tentukanlah massa Bumi.
3. Jika  $F = \frac{g + gr^3}{s}$ , tentukanlah rumus untuk  $r$ .
4. Panjang diagonal suatu persegi adalah  $10\sqrt{3}$  cm. Tentukanlah panjang sisi dan luasnya.
5. Volume kubus A adalah tiga kali volume kubus B. Jika luas seluruh permukaan kubus B adalah  $18 \text{ cm}^2$ , tentukanlah volume kubus A.
6. Suatu persegipanjang memiliki panjang  $(5 + \sqrt{2})$  cm dan lebar  $(5 - \sqrt{2})$  cm. Tentukanlah luas dan panjang diagonal persegipanjang tersebut.
7. Suhu sebungkah besi pada saat  $t$  dirumuskan dengan  $T(t) = \frac{5(t^2)^{\frac{1}{4}}}{t^{-\frac{1}{2}}}$ , dengan  $T$  dalam  $^{\circ}\text{C}$  dan  $t$  dalam menit. Tentukan suhu besi pada saat menit ke-16.
8. Tiga buah bilangan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  mempunyai perbandingan  $2 : 3 : 4$ . Jika  $a^2 + b^2 + c^2 = 928$ , tentukan nilai dari  $a + b + c$ .
9. Gerak suatu partikel yang dinyatakan dengan persamaan  $k = \sqrt{\frac{m(x + y)}{4t}}$ . Jika  $m = 8 \text{ kg}$ ,  $t = 2$ ,  $x = 1$ , dan  $y = 24$ , tentukan nilai  $k$ .

10. Periode dari gerak ayunan bandul sederhana dinyatakan dengan persamaan  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  dengan  $\pi = 3,14$ . Jika  $l = 3,528$  m dan  $g = 9,8$  m/detik<sup>2</sup>, tentukan nilai  $T$ .

11. Penurunan massa suatu partikel yang bergerak cepat dinyatakan dengan  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , dengan

$c = 3 \cdot 10^8$  m/detik. Jika  $m_0 = 8 \cdot 10^{-16}$  dan  $v = 9 \cdot 10^4$  m/detik, tentukan besar  $m$ .

12. Persamaan gerak suatu benda dinyatakan dengan  $x = \frac{a^2b^2 - c^2}{\sqrt{d^2t}}$ . Jika  $a = 4$ ,  $b = 8$ ,  $c = 7$ ,  $d = 2$ ,

dan  $t = 9$ , tentukan nilai dari  $x$ .

13. Frekuensi suatu nada yang dihasilkan sebuah senar dinyatakan dengan

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$$

dengan:

$f$  = frekuensi (Hz)

$L$  = panjang senar (m)

$F$  = tegangan (N)

$A$  = luas penampang (m<sup>2</sup>)

$\rho$  = massa jenis (kg/m<sup>3</sup>)

Tentukan frekuensi yang dihasilkan oleh seutas kawat dengan panjang 0,5 m, luas penampang  $2 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>, dan massa jenis 800 kg/m<sup>3</sup>, dan diberi tegangan 900 N.

14. Sebuah segitiga mempunyai luas  $(\sqrt{10} + \sqrt{6})$  cm<sup>2</sup>. Jika panjang alasnya  $2(\sqrt{10} - \sqrt{6})$  cm, tentukan tingginya (dalam cm).

15. Pada sebuah segitiga siku-siku, panjang kedua sisi sikunya adalah  $(\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{6})$  cm dan  $(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{6})$  cm. Tentukan panjang sisi miringnya (dalam cm).

## Tugas Proyek

### Petunjuk

1. Buatlah kelompok dengan beranggotakan 4–5 orang yang heterogen atau sesuai perintah gurumu.
2. Kerjakanlah tugas proyek ini dalam waktu 1 minggu meliputi penyelesaian tugas dan presentasi.

### Langkah-langkah

1. Carilah data di berbagai sumber (buku, internet) tentang diameter dan jarak dari Bumi ke beberapa planet, misalnya planet Merkurius, Venus, Mars, Jupiter, Saturnus, dan Uranus.
2. Setelah memperoleh data tersebut, tentukanlah perkiraan:
  - a. volume dari masing-masing planet,
  - b. jika sebuah roket dapat menempuh kecepatan  $1,5 \times 10^7$  m/detik menuju planet-planet tersebut, tentukan berapa lama waktu yang dibutuhkan roket untuk mencapai masing-masing planet, dan
  - c. buatlah beberapa simpulan mengenai hasil yang kamu peroleh, misalnya planet terbesar, terkecil, apakah mungkin ada roket berawak manusia yang mencapai planet terjauh, dan sebagainya.



## Tugas Portofolio

Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 orang atau sesuai dengan instruksi gurumu. Setiap kelompok membuat contoh masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan konsep bilangan berpangkat dan bentuk akar. Selesaikan masalah tersebut dan tuliskan hasilnya dalam bentuk portofolio, kemudian kumpulkan kepada gurumu.

## Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar dalam Kehidupan Sehari-hari

Dalam mempelajari konsep bilangan berpangkat dan bentuk akar, banyak sikap dan perilaku yang tercermin dalam kehidupan sehari-hari, seperti rasa ingin tahu, teliti, percaya diri, bertanggung jawab, tertarik pada matematika, dan percaya pada kegunaan matematika. Dalam mempelajari konsep bilangan berpangkat, kita akan terpacu untuk mencari informasi mengenai ukuran-ukuran benda yang sangat besar atau sangat kecil, yang kemudian ukuran tersebut dinyatakan dalam bentuk notasi ilmiah. Selain itu, kita pun dituntut untuk teliti dalam mengerjakan soal-soal yang berhubungan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar. Ketika kita keliru dalam menyelesaikannya, kita harus jujur mengakui kekeliruan kita dan berusaha serta percaya diri bahwa kita bisa memperbaiki dan menyelesaikannya dengan benar.

Pada umumnya, belajar matematika identik dengan menghafal rumus-rumus sehingga siswa merasa bosan untuk belajar matematika. Padahal sebenarnya, matematika sangat berperan dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mengetahui beberapa penerapan bilangan berpangkat dan bentuk akar dalam pemecahan masalah, baik masalah (persoalan) matematika sendiri atau bidang lainnya, maka akan tumbuh rasa senang dan tertarik terhadap matematika.

Semua sikap dan perilaku di atas tidak akan terwujud jika kita tidak menghargai dan menghayati ajaran agama kita masing-masing dengan baik. Setiap agama mengajarkan untuk selalu memiliki rasa ingin tahu yang dapat menambah wawasan kita masing-masing.

## Rangkuman

1. Jika  $a$  bilangan bulat dan  $n$  bilangan bulat positif, maka:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

2. Jika  $a$  bilangan bulat, maka  $a^1 = a$
3. Jika  $a$  bilangan bulat tak nol ( $a \neq 0$ ) dan  $n$  bilangan bulat positif, maka:

$$a^0 = 1 \text{ dan } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

4. Sifat-sifat bilangan berpangkat bilangan bulat adalah:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ jika } m > n \text{ dan } \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ jika } m < n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

5. Notasi ilmiah atau bentuk baku suatu bilangan dituliskan:

$$a \times 10^n, \text{ dengan } 1 \leq a < 10 \text{ dan } n \text{ bilangan bulat}$$

6. Untuk  $a, b, c, d$  bilangan bulat atau bilangan pecahan dengan  $c > 0$  dan  $d > 0$ , maka:

- $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$
- $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$
- $a\sqrt{c} \times b\sqrt{d} = (a \times b)\sqrt{c \times d}$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

7. Rumus-rumus yang digunakan dalam merasionalkan penyebut pecahan berbentuk akar adalah:

- $\frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$
- $\frac{a}{b + \sqrt{c}} \times \frac{b - \sqrt{c}}{b - \sqrt{c}} = \frac{a}{b^2 - c} (b - \sqrt{c})$
- $\frac{a}{b - \sqrt{c}} \times \frac{b + \sqrt{c}}{b + \sqrt{c}} = \frac{a}{b^2 - c} (b + \sqrt{c})$
- $\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a}{b - c} (\sqrt{b} - \sqrt{c})$
- $\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{b - c} (\sqrt{b} + \sqrt{c})$

8.  $\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$   
 $\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ , dengan  $a > b$

## Refleksi

Dalam refleksi ini, kamu diharapkan mampu memonitor perkembangan diri kamu sendiri mengenai topik bilangan berpangkat dan bentuk akar dengan mengisi tabel evaluasi berikut sesuai dengan yang kamu rasakan.

No.	Indikator	Nilai Ukur		Alasan
		Belum Bisa	Bisa	
1.	Menyatakan aturan bilangan berpangkat.			
2.	Menyatakan sifat-sifat bilangan berpangkat satu, bilangan berpangkat nol, dan bilangan berpangkat bilangan bulat negatif.			
3.	Menentukan hasil pemangkatan bilangan dengan menggunakan sifat-sifat bilangan berpangkat.			
4.	Menuliskan bilangan yang sangat besar atau sangat kecil dalam bentuk notasi ilmiah.			
5.	Menyelesaikan operasi hitung (perkalian dan pembagian) bilangan berpangkat.			
6.	Membedakan bentuk akar dan bukan bentuk akar.			
7.	Menyelesaikan operasi hitung (penjumlahan, pengurangan, pembagian, perkalian) bentuk akar.			
8.	Menyederhanakan bentuk akar.			
9.	Merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar.			
10.	Memecahkan masalah (persoalan) matematika dan bidang lain menggunakan bilangan berpangkat dan bentuk akar.			

## Evaluasi Bab I

1. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

1.  $(-3)^4$  artinya ....

- A.  $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
- B.  $-3 \times 3 \times 3 \times 3$
- C.  $(-4) \times (-4) \times (-4)$
- D.  $(-3) \times 4$

2.  $(-3)^4$  sama dengan ....

- A. 81
- B.  $\frac{1}{81}$
- C.  $-\frac{1}{81}$
- D. -81

3.  $2^5 \times 2^{-5} = \dots$

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2

4.  $4^3 : 4^6 = \dots$

- A. -64
- B.  $-\frac{1}{64}$
- C.  $\frac{1}{64}$
- D. 64

5. Di antara bilangan-bilangan berpangkat berikut, yang berbentuk notasi ilmiah adalah ....
- $25 \times 10^8$
  - $1,48 \times 10^{-5}$
  - $0,1 \times 10^{-10}$
  - $284 \times 10^5$
6. Jarak planet Jupiter dari Matahari adalah 779 juta km. Jika dituliskan dalam bentuk notasi ilmiah, maka jaraknya adalah ....
- $779 \times 10^6$  km
  - $77,9 \times 10^7$  km
  - $7,79 \times 10^8$  km
  - $7,79 \times 10^8$  km
7. Di antara bilangan-bilangan berikut, yang termasuk bentuk akar adalah ....
- $\sqrt{\frac{1}{4}}$
  - $\sqrt{20}$
  - $\sqrt{36}$
  - $\sqrt{169}$
8.  $\sqrt{20} + 3\sqrt{5} - \sqrt{45} = \dots$
- $-2\sqrt{5}$
  - $2\sqrt{5}$
  - $3\sqrt{5}$
  - $4\sqrt{5}$
9.  $\sqrt{150} - 3\sqrt{54} + 5\sqrt{48} = \dots$
- $20\sqrt{3} - 4\sqrt{6}$
  - $4\sqrt{6} - \sqrt{3}$
  - $4\sqrt{6} + 4\sqrt{3}$
  - $4\sqrt{6} + 20\sqrt{3}$
10. Hasil dari  $\sqrt{45} - 3\sqrt{80}$  adalah ....
- $-15\sqrt{5}$
  - $-9\sqrt{5}$
  - $3\sqrt{5}$
  - $4\sqrt{5}$

11.  $\frac{4}{\sqrt{5}+3} = \dots$

- $\frac{2}{7}(\sqrt{5}+3)$
- $\frac{1}{2}(\sqrt{5}-3)$
- $\sqrt{5}-3$
- $3-\sqrt{5}$

12.  $\frac{4}{5+\sqrt{5}} = \dots$

- $4(5-\sqrt{5})$
- $\frac{2}{15}(5-\sqrt{5})$
- $1-\frac{1}{5}\sqrt{5}$
- $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\sqrt{5}$

13.  $\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \dots$

- $\frac{3(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{2}$
- $\frac{3(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{2}$
- $\frac{3(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$
- $\frac{3(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}$

14.  $\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}+3} = \dots$

- $\frac{3\sqrt{5}-7}{2}$
- $\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$
- $-\frac{2}{7}(\sqrt{5}-3)$
- $-\frac{2}{7}(\sqrt{5}+3)$

15. Panjang diagonal suatu persegi adalah  $5\sqrt{3}$  cm. Keliling persegi itu adalah ....
- $20\sqrt{6}$  cm
  - $20\sqrt{3}$  cm
  - $10\sqrt{6}$  cm
  - $10\sqrt{3}$  cm

16. Suatu persegipanjang memiliki panjang  $(3 + \sqrt{8})$  cm dan lebar  $(3 - \sqrt{2})$  cm. Luas persegipanjang itu adalah ....
- $(5 + 3\sqrt{2})$  cm<sup>2</sup>
  - $(13 + 3\sqrt{2})$  cm<sup>2</sup>
  - $(5 - 3\sqrt{2})$  cm<sup>2</sup>
  - $(5 + 3\sqrt{8})$  cm<sup>2</sup>

**Tipe Soal UN**

17. Hasil dari  $(256^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}$  adalah ....
- 14
  - 16
  - 24
  - 64

**Tipe Soal UN**

18. Hasil dari  $27^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{3}{2}}$  adalah ....
- 33
  - 42
  - 73
  - 82

**Tipe Soal UN**

19.  $4^4 + 4^4 + 4^4 + 4^4 = \dots$
- $2^7$
  - $5^4$
  - $2^{10}$
  - 1.034

**Tipe Soal Olimpiade**

20. Urutan bilangan-bilangan  $2^{5555}$ ,  $5^{2222}$ , dan  $3^{3333}$  dari yang terkecil sampai yang terbesar adalah ....

- $2^{5555}$ ,  $5^{2222}$ , dan  $3^{3333}$
- $5^{2222}$ ,  $3^{3333}$ , dan  $2^{5555}$
- $3^{3333}$ ,  $2^{5555}$ , dan  $5^{2222}$
- $5^{2222}$ ,  $2^{5555}$ , dan  $3^{3333}$

**Tipe Soal Olimpiade**

21.  $\sqrt{5.050^2 - 4.950^2} = \dots$
- 10
  - 100
  - 1.000
  - 10.000

**Tipe Soal Olimpiade**

22.  $\sqrt{\frac{0,036}{0,9}} = \dots$
- 0,002
  - 0,02
  - 0,2
  - 2

**Tipe Soal Olimpiade**

23. Jumlah semua angka pada bilangan hasil perkalian  $2^{2004} \cdot 5^{2003}$  adalah ....
- 2
  - 2004
  - 2007
  - 4007

**Tipe Soal Olimpiade**

24. Jika cahaya bergerak dengan kecepatan  $3 \times 10^8$  m/detik, maka jarak yang ditempuh cahaya dalam waktu  $10^{-5}$  detik adalah ....
- 30 m
  - 300 m
  - 3.000 m
  - 30.000 m

25. Suatu bakteri membelah diri menjadi 2 setiap 1 menit. Jika pada menit ke-1 ada 10 bakteri, maka banyaknya bakteri pada menit ke-8 adalah ....
- 1.280
  - 2.000
  - 2.560
  - 3.000

11. Jawablah dengan singkat dan jelas!

- Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat berikut ini.
  - $\frac{(2 \times 7)^4}{2^4 \times 7^4}$
  - $\frac{5 \times 6^4 \times 2^{-3}}{3^4 \times 2^2 \times 5^1}$
- Hitunglah:
  - $\sqrt{5}(\sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{20})$
  - $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{5})$
- Rasionalkan dan sederhanakan bentuk berikut ini.
  - $\frac{2 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{5}}$
  - $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}$
- Tentukan bentuk sederhana dari:
  - $\sqrt{7 + \sqrt{48}}$
  - $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{2}$
  - $\sqrt{\frac{8}{15}} - 2\sqrt{\frac{1}{15}}$
  - $\sqrt{33 + \sqrt{800}} - \sqrt{27 - 2\sqrt{162}}$
- Jika Bumi dianggap berbentuk tepat seperti bola dengan diameter 12.000.000 m, tentukan volume Bumi dalam satuan  $\text{km}^3$ .
- Tentukan keliling persegi yang panjang sisinya  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$  cm.
- Amoeba* akan membelah diri menjadi dua setiap 15 menit. Jika mula-mula ada 30 *Amoeba*, tentukan banyak *Amoeba* selama 2 jam.
- Konstanta sebuah pegas dirumuskan dengan  $k = \frac{mg}{x}$ . Jika  $m = 2 \cdot 10^{-2}$  kg,  $g = 10$  m/detik<sup>2</sup>, dan  $x = 4 \cdot 10^{-4}$  m, tentukan nilai  $k$ .
- Besar gaya gravitasi dinyatakan dengan  $F = \frac{GmM}{r^2}$ . Jika nilai  $G = 0,00000006$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>,  $m = 100.000$  kg,  $M = 900.000$  kg, dan  $r = 1.000$  m, tentukan besar  $F$ .
- Sebuah bak berbentuk balok dengan panjang  $6\sqrt{2}$  m, lebar  $3\sqrt{3}$  m, dan tinggi  $2\sqrt{6}$  m. Bak tersebut diisi air sampai penuh. Tentukan volume air di dalam bak.

11. Jawablah dengan singkat dan jelas!

1. Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat berikut ini.

a.  $\frac{(2 \times 7)^4}{2^4 \times 7^2}$       b.  $\frac{5 \times 6^4 \times 2^{-1}}{3^4 \times 2^2 \times 5^3}$

2. Hitunglah:

a.  $\sqrt{5}(\sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{20})$

b.  $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{5})$

3. Rasionalkan dan sederhanakan bentuk berikut ini.

a.  $\frac{2 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{5}}$       b.  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}$

4. Tentukan bentuk sederhana dari:

a.  $\sqrt{7 + \sqrt{48}}$       b.  $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{2}$       c.  $\sqrt{\frac{8}{15}} - 2\sqrt{\frac{1}{15}}$       d.  $\sqrt{33 + \sqrt{800}} - \sqrt{27 - 2\sqrt{162}}$

5. Jika Bumi dianggap berbentuk tepat seperti bola dengan diameter 12.000.000 m, tentukan volume Bumi dalam satuan  $\text{km}^3$ .

6. Tentukan keliling persegi yang panjang sisinya  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$  cm.

7. *Amoeba* akan membelah diri menjadi dua setiap 15 menit. Jika mula-mula ada 30 *Amoeba*, tentukan banyak *Amoeba* selama 2 jam.

8. Konstanta sebuah pegas dirumuskan dengan  $k = \frac{mg}{x}$ . Jika  $m = 2 \cdot 10^{-2}$  kg,  $g = 10$  m/detik<sup>2</sup>, dan  $x = 4 \cdot 10^{-4}$  m, tentukan nilai  $k$ .

9. Besar gaya gravitasi dinyatakan dengan  $F = \frac{GmM}{r^2}$ . Jika nilai  $G = 0,00000006$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>,

$m = 100.000$  kg,  $M = 900.000$  kg, dan  $r = 1.000$  m, tentukan besar  $F$ .

10. Sebuah bak berbentuk balok dengan panjang  $6\sqrt{2}$  m, lebar  $3\sqrt{3}$  m, dan tinggi  $2\sqrt{6}$  m. Bak tersebut diisi air sampai penuh. Tentukan volume air di dalam bak.

## Bab

## II

## Persamaan Kuadrat



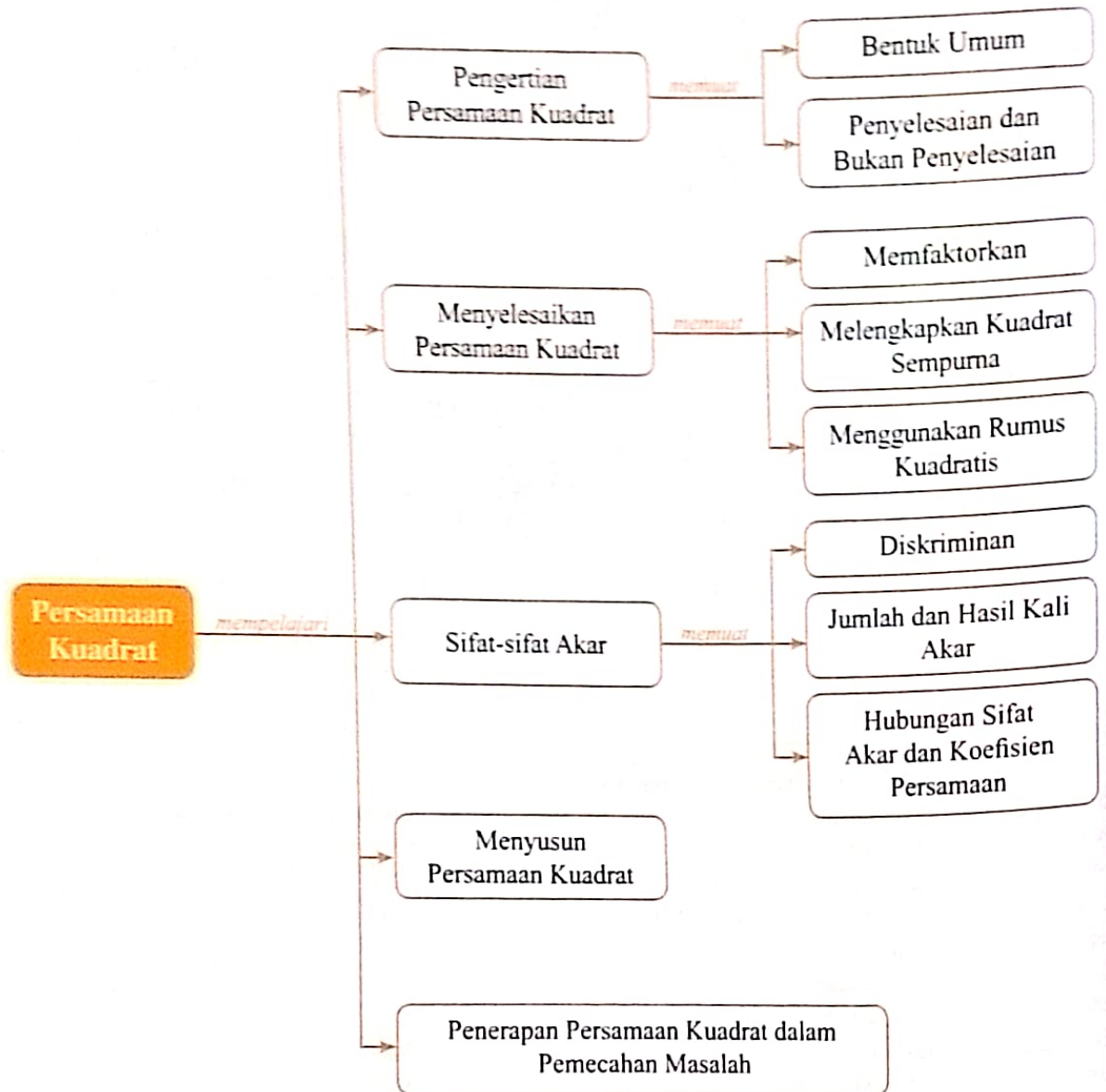
Sumber: <http://carajuki.com/junkies/wp-content/uploads/2013/05/shooting.jpg>, diunduh pada tanggal 16 Februari 2017, pukul 15:02 WIB

Dalam kehidupan sehari-hari, tanpa disadari kita sudah mengenal dan menggunakan persamaan kuadrat. Contohnya, pada saat bermain basket, bola basket yang dilemparkan ke dalam ring akan dibuat melambung agar dapat masuk ke dalamnya. Gerakan bola melambung ke dalam ring merupakan contoh gambaran persamaan kuadrat. Selain itu, pernahkah kamu memperhatikan air terjun? Air terjun juga merupakan contoh gambaran persamaan kuadrat. Jika kita mengetahui ketinggian air terjun tersebut, maka kita dapat mengukur waktu yang diperlukan air untuk mengalir dari puncak sampai ke dasar. Mengapa gerakan melambung bola dan air terjun tersebut menggambarkan persamaan kuadrat? Apa yang dimaksud dengan persamaan kuadrat? Adakah contoh lain yang menggambarkan persamaan kuadrat? Untuk dapat mengetahuinya, simaklah uraian materi dalam bab ini dengan baik dan saksama.



## Peta Konsep

Untuk memudahkannya dalam memahami materi pada bab ini, perhatikan peta konsep berikut.



### Kata Kunci

variabel, konstanta, koefisien, pangkat, akar, kuadrat sempurna, pemfaktoran, rumus kuadratis (rumus abc), jumlah akar, hasil kali akar, diskriminan

## A Pengertian Persamaan Kuadrat

Di kelas VII kamu telah mempelajari mengenai persamaan, khususnya persamaan linear. Coba ingat kembali pengertian persamaan dan persamaan linear. Persamaan adalah kalimat terbuka yang menyatakan hubungan "sama dengan" (ditulis "="), sedangkan persamaan linear adalah persamaan dengan pangkat (derajat) tertinggi dari variabelnya adalah satu. Lalu apa yang dimaksud dengan persamaan kuadrat?

Untuk mengetahui pengertian persamaan kuadrat, kerjakan aktivitas berikut, diskusikan dengan teman sebangkumu.

### Aktivitas Siswa 1: Diskusi

Perhatikan beberapa persamaan berikut ini.

- a.  $x^2 - 9 = 0$                       c.  $x^2 - 4x = 0$                       e.  $3x^2 - 2x + 1 = 0$   
b.  $x^2 - 2x + 1 = 0$                       d.  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

1. Berapakah banyaknya variabel (peubah) yang terdapat dalam setiap persamaan di atas? Sebutkan.
2. Berapakah pangkat tertinggi dari variabel tersebut?
3. Persamaan-persamaan di atas disebut *persamaan kuadrat*. Dengan demikian, apa yang dimaksud dengan persamaan kuadrat?
4. Coba tuliskan 3 contoh persamaan kuadrat yang lain.

Setiap persamaan dalam aktivitas di atas memuat variabel  $x$ , sehingga disebut persamaan kuadrat dalam  $x$ . Jika persamaan memuat variabel  $p$ , maka disebut persamaan kuadrat dalam  $p$ . Sebagai contoh,  $p^2 - 2p + 1 = 0$  atau  $2p^2 - 8 = 0$ .

### 1. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat dalam  $x$  adalah sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ dengan } a \neq 0$$

$x$  sebagai variabel,  $a$  sebagai koefisien  $x^2$ ,  $b$  sebagai koefisien  $x$ , dan  $c$  sebagai konstanta.

### Contoh Soal 2.1

Perhatikan setiap persamaan kuadrat berikut ini.

- a.  $2x^2 - 3x + 1 = 0$                       b.  $x^2 - 16 = 0$                       c.  $3x^2 - x = 0$                       d.  $2x^2 - 3 + x = 0$

Tentukan nilai  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  untuk setiap persamaan kuadrat di atas.

**Pembahasan:**

- a.  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ , maka  $a = 2$ ,  $b = -3$ , dan  $c = 1$   
b.  $x^2 - 16 = 0$ , maka  $a = 1$ ,  $b = 0$ , dan  $c = -16$   
c.  $3x^2 - x = 0$ , maka  $a = 3$ ,  $b = -1$ , dan  $c = 0$   
d.  $2x^2 - 3 + x = 0$ , maka  $a = 2$ ,  $b = 1$ , dan  $c = -3$

## 2. Penyelesaian dan Bukan Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Penyelesaian (akar) suatu persamaan kuadrat dalam  $x$  adalah pengganti  $x$  sedemikian sehingga persamaan tersebut menjadi benar.

Misalkan diketahui persamaan kuadrat  $x^2 - 9 = 0$ .

Untuk menyelesaikannya, pilih beberapa bilangan pengganti  $x$ .

Misalkan kita pilih  $x$  diganti 3, -3, 2, dan -2.

Jika  $x$  diganti 3, maka  $(3)^2 - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 9 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (\text{benar})$$

Jika  $x$  diganti -3, maka  $(-3)^2 - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 9 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (\text{benar})$$

Jika  $x$  diganti 2, maka  $(2)^2 - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 4 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5 = 0 \quad (\text{salah})$$

Jika  $x$  diganti -2, maka  $(-2)^2 - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 4 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5 = 0 \quad (\text{salah})$$

Cobalah untuk nilai pengganti  $x$  yang lain. Adakah nilai pengganti  $x$  selain 3 atau -3 yang membuat persamaan  $x^2 - 9 = 0$  menjadi benar? Dengan demikian, *penyelesaian* (akar) persamaan  $x^2 - 9 = 0$  adalah 3 atau -3. Sementara 2 atau -2 *bukan penyelesaian* (bukan akar) persamaan  $x^2 - 9 = 0$ .

### Info Matematika

Persamaan kuadrat disebut juga persamaan pangkat dua.

Bentuk  $ax^2 + bx = 0$  disebut persamaan kuadrat yang tidak lengkap.

Bentuk  $ax^2 + c = 0$  disebut persamaan kuadrat sempurna.

### Contoh Soal 2.2

Selidiki apakah  $x = -1$  atau  $x = 3$  merupakan penyelesaian (akar) persamaan berikut atau bukan?

a.  $x^2 - 2x - 3 = 0$

b.  $x^2 - x - 2 = 0$

**Pembahasan:**

a. Diketahui  $x^2 - 2x - 3 = 0$

Jika  $x$  diganti -1, maka  $(-1)^2 - 2(-1) - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (\text{benar})$$

Jika  $x$  diganti 3, maka  $(3)^2 - 2(3) - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 9 - 6 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (\text{benar})$$

Jadi,  $x = -1$  atau  $x = 3$  merupakan *penyelesaian* (akar) persamaan  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

b. Diketahui  $x^2 - x - 2 = 0$

Jika  $x$  diganti -1, maka  $(-1)^2 - (-1) - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 + 1 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (\text{benar})$$

Jika  $x$  diganti 3, maka  $(3)^2 - 3 - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 9 - 3 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 = 0 \quad (\text{salah})$$

Jadi,  $x = -1$  merupakan penyelesaian (akar), sedangkan  $x = 3$  *bukan penyelesaian* (bukan akar) persamaan  $x^2 - x - 2 = 0$ .

## Evaluasi 2.1

- Nyatakan setiap persamaan kuadrat berikut ke dalam bentuk umum.
  - $x^2 = 4$
  - $x^2 = 2x - 1$
  - $2x^2 - x = 3$
  - $x(x - 1) = 0$
  - $2x(x + 1) - 3 = 0$
- Tentukan variabel, koefisien, dan konstanta untuk setiap persamaan kuadrat berikut.
  - $x^2 - 5x + 6 = 0$
  - $4x^2 - 16 = 0$
  - $2x^2 - 3x = 0$
  - $\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$
- Selidiki apakah  $x = 2$  atau  $x = -3$  adalah penyelesaian (akar) dari persamaan kuadrat berikut.
  - $x^2 + x - 6 = 0$
  - $x^2 - 5x + 6 = 0$
  - $x^2 - 5x + 6 = 0$
  - $x^2 - 5x = 0$
- Jika  $x = -2$  adalah salah satu akar dari persamaan kuadrat  $2x^2 - p = 0$ , tentukanlah nilai  $p$  dan akar yang lainnya.

## B Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

Menyelesaikan persamaan kuadrat sama artinya dengan menentukan akar atau penyelesaian dari persamaan kuadrat tersebut. Pada bahasan sebelumnya, telah diketahui bahwa akar atau penyelesaian suatu persamaan kuadrat dalam  $x$  adalah pengganti  $x$  yang memenuhi persamaan tersebut (persamaan tersebut menjadi benar). Dalam bahasan sebelumnya, pengganti  $x$  tersebut dicari dengan mencoba memilih bilangan yang memenuhi. Cara tersebut memakan waktu yang cukup lama (kurang efektif), apalagi bila persamaan kuadratnya tidak sederhana.

Ada tiga cara yang dapat ditempuh untuk menyelesaikan persamaan kuadrat, yaitu:

- memfaktorkan,
- melengkapkan kuadrat sempurna, dan
- menggunakan rumus kuadratis (rumus abc).

### 1. Memfaktorkan

Dalam menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, perlu diingat kembali materi faktorisasi bentuk aljabar dalam bab operasi aljabar. Rumus faktorisasi bentuk kuadrat  $x^2 + bx + c$  adalah:

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$

dengan  $b = p + q$  dan  $c = pq$

Sementara rumus faktorisasi bentuk kuadrat  $ax^2 + bx + c$  dengan  $a \neq 1$  adalah:

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$$

dengan  $b = p + q$  dan  $c = pq$

Untuk mengingat kembali penggunaan rumus-rumus di atas, kerjakan aktivitas berikut ini.

### Aktivitas Siswa 2: Individu

Perhatikanlah bentuk-bentuk kuadrat berikut ini.

a.  $x^2 + 3x + 2$

b.  $x^2 - 5x + 6$

c.  $2x^2 + 5x + 3$

d.  $4x^2 - 12x + 5$

Isilah titik-titik berikut dengan benar.

- Pada bagian a, diketahui  $x^2 + 3x + 2$ , berarti  $pq = \dots$  dan  $p + q = \dots$ . Hasil kalinya *positif* dan hasil jumlahnya juga *positif*, maka  $p$  dan  $q$  merupakan bilangan .... Bilangan yang memenuhi adalah ... dan ..., sebab  $\dots \times \dots = 2$  dan  $\dots + \dots = 3$ . Dengan demikian,  $x^2 + 3x + 2 = (x + \dots)(x + \dots)$

- Pada bagian b, diketahui  $x^2 - 5x + 6$ , berarti  $pq = \dots$  dan  $p + q = \dots$ . Hasil kalinya *positif* dan hasil jumlahnya *negatif*, maka  $p$  dan  $q$  merupakan bilangan .... Bilangan-bilangan yang memenuhi adalah ... dan ..., sebab  $\dots \times \dots = 6$  dan  $\dots + \dots = -5$ . Dengan demikian,  $x^2 - 5x + 6 = (x + \dots)(x + \dots)$

- Pada bagian c, diketahui  $2x^2 + 5x + 3$ , berarti  $a = 2$ ,  $p + q = \dots$ , dan  $pq = \dots \times \dots = \dots$

$$2x^2 + 5x + 3 = \frac{1}{\dots}(2x + \dots)(2x + \dots)$$

$$\Leftrightarrow = (\dots + \dots)(2x + \dots)$$

- Pada bagian d, diketahui  $4x^2 - 12x + 5$ , berarti  $a = 4$ ,  $p + q = \dots$  dan  $pq = \dots \times \dots = \dots$

$$4x^2 - 12x + 5 = \frac{1}{\dots}(4x + \dots)(4x + \dots)$$

$$\Leftrightarrow = \frac{1}{\dots}(4x - \dots)(4x - \dots)$$

$$\Leftrightarrow = \frac{1}{2}(4x - \dots) \cdot \frac{1}{2}(4x - \dots)$$

$$\Leftrightarrow = (2x - \dots)(2x - \dots)$$

Bandingkan hasilnya dengan temanmu.

Dalam konsep bilangan, telah kamu ketahui bahwa perkalian dengan bilangan nol akan menghasilkan nol. Sebaliknya, suatu perkalian apabila menghasilkan nol, pasti salah satu bilangan yang dikalikan bernilai nol.

**Jika  $pq = 0$ , maka  $p = 0$  atau  $q = 0$  atau  $p = q = 0$**

Sebagai contoh,

- bila  $2x = 0$ , maka pasti  $x = 0$
- bila  $2(x - 2) = 0$ , maka pasti  $x - 2 = 0$
- bila  $x(x - 1) = 0$ , maka  $x = 0$  atau  $x - 1 = 0$
- bila  $(x - 1)(x + 2) = 0$ , maka  $x - 1 = 0$  atau  $x + 2 = 0$

Coba perhatikan persamaan kuadrat berikut.

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + p)(x + q) = 0; b = p + q \text{ dan } c = pq$$

$$\Leftrightarrow x + p = 0 \text{ atau } x + q = 0$$

Sehingga penyelesaian persamaan kuadrat tersebut adalah  $x = -p$  atau  $x = -q$ .  
 Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

### Contoh Soal 2.3

Selesaikanlah persamaan kuadrat berikut.

a.  $x^2 - 2x + 3 = 0$

b.  $3x^2 - 5x - 2 = 0$

c.  $2x^2 + 4x = 0$

**Pembahasan:**

a.  $x^2 - 2x + 3 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$   
 $\Leftrightarrow x+1=0$  atau  $x-3=0$   
 $\Leftrightarrow x = -1$  atau  $x = 3$

b.  $3x^2 - 5x - 2 = 0$   
 $\Leftrightarrow \frac{1}{3}(3x-6)(3x+1) = 0$   
 $\Leftrightarrow (x-2)(3x+1) = 0$   
 $\Leftrightarrow x-2=0$  atau  $3x+1=0$   
 $\Leftrightarrow x = 2$  atau  $x = -\frac{1}{3}$

c.  $2x^2 + 4x = 0$   
 $\Leftrightarrow 2x(x+2) = 0$   
 $\Leftrightarrow 2x = 0$  atau  $x+2 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 0$  atau  $x = -2$

### Contoh Soal 2.4

Tentukan himpunan penyelesaian dari setiap persamaan berikut.

a.  $x^2 - 25 = 0$

b.  $4x^2 - 9 = 0$

**Pembahasan:**

a.  $x^2 - 25 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x+5)(x-5) = 0$   
 $\Leftrightarrow x+5=0$  atau  $x-5=0$   
 $\Leftrightarrow x = -5$  atau  $x = 5$   
 Himpunan penyelesaiannya adalah  $\{-5, 5\}$ .

b.  $4x^2 - 9 = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x+3)(2x-3) = 0$   
 $\Leftrightarrow 2x+3=0$  atau  $2x-3=0$   
 $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$  atau  $x = \frac{3}{2}$   
 Himpunan penyelesaiannya adalah  $\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$ .

## 2. Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Jika  $x^2 = 16$ , maka  $x = 4$  atau  $x = -4$ , sebab apabila 4 atau -4 dikuadratkan akan menghasilkan 16. Kita dapat memperoleh 4 atau -4 dengan cara sebagai berikut.

$x^2 = 16$   
 $\Leftrightarrow x = \sqrt{16}$   
 $\Leftrightarrow x = \pm 4$   
 $\Leftrightarrow x = 4$  atau  $x = -4$

## Info Matematika



Sumber: <http://profilbis.com/wp-content/uploads/2016/05/Biografi-Al-Khwarizmi-1.jpg> diunduh pada tanggal 16 Februari 2017 pukul 15:08 WIB

Tokoh yang bernama lengkap Muhammad bin Musa al-Khwarizmi ini merupakan intelektual muslim yang banyak menyumbangkan karyanya dalam bidang matematika, geografi, musik, dan sejarah. Ia lahir di Khwarizmi (Khiva), sebelah Selatan Amu Darya pada tahun 780 M. Nenek moyang beliau bermigrasi dan menetap di Qutrubull, sebuah distrik di bagian barat Baghdad, Irak. Beliau diperkirakan wafat pada tahun 847 M. Sejarah sedikit sekali mencatat masa muda pemikir besar Islam satu ini. Namun, yang pasti kepandaian dan kecerdasan beliau mengantarkannya untuk masuk ke dalam lingkungan Darul Hukama (rumah kebijaksanaan), sebuah lembaga riset dan pengembangan ilmu pengetahuan yang didirikan oleh khalifah dari bani Abbasiyah, Ma'mun ar-Rasyid. Di lembaga tersebut, bersama rekan-rekannya yang tekun memperdalam disiplin ilmu astronomi, ia mengadakan penelitian astronomi. Karya al-Khwarizmi dalam bidang matematika dihasilkan melalui karya berjudul *Hisab al-Jabar wal Muqabla* dan *Kitabul Jama-wat-Tafriq*. Kedua kitab tersebut banyak menguraikan tentang persamaan linear dan kuadrat, kalkulasi integrasi dan persamaan dengan 800 contoh yang berbeda, tanda-tanda negatif yang belum pernah dikenal bangsa Arab yang disertai pula dengan penjelasan serta enam contohnya. Konsep berhitung yang diciptakannya ini kemudian diperkenalkan oleh Robert Chester ke dalam ilmu pengetahuan Eropa. Ahli ilmu aljabar, Leonardo Fibonacci dari Pisa pun mengaku berhitung pada Khawarizmi.

## Contoh Soal 2.5

Tentukanlah nilai  $x$  yang memenuhi persamaan berikut.

a.  $4x^2 = 81$

b.  $(2x - 3)^2 = 25$

Pembahasan:

a.  $4x^2 = 81$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow 2x = \sqrt{81}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm 9$$

$$\Leftrightarrow 2x = 9 \text{ atau } 2x = -9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \text{ atau } x = -\frac{9}{2}$$

b.  $(2x - 3)^2 = 25$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = \pm 5$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = 5$$

$$\text{atau } 2x - 3 = -5$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \text{ atau } 2x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ atau } x = -1$$

Coba ingat kembali materi mengenai faktorisasi kuadrat sempurna dalam bab operasi aljabar. Bentuk  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  dan  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  disebut *bentuk kuadrat sempurna*.

Setiap bentuk persamaan kuadrat dapat diubah menjadi bentuk persamaan yang memuat bentuk kuadrat sempurna dengan menambah atau mengurangi konstanta. Bagaimana caranya? Simak uraian berikut dengan baik.

Perhatikan dua bentuk kuadrat sempurna berikut.

(i)  $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

(ii)  $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

Bagaimanakah hubungan 6 dengan 12 pada (i) dan 7 dengan 14 pada (ii)?

$$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2 = \left(x + \frac{1}{2} \cdot 12\right)^2$$

$$6 = \frac{1}{2} \cdot 12$$

$$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2 = \left(x - \frac{1}{2} \cdot 14\right)^2$$

$$7 = \frac{1}{2} \cdot 14$$

Misalkan kita akan mengubah bentuk  $x^2 + 8x + 4$  menjadi bentuk yang memuat kuadrat sempurna.

$$x^2 + 8x + 4 = (x^2 + 8x + 16) - 12$$

$$\Leftrightarrow = \left(x + \frac{1}{2} \cdot 8\right)^2 - 12$$

$$\Leftrightarrow = (x + 4)^2 - 12$$

Langkah-langkah menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna adalah sebagai berikut.

- a. Tempatkan suku-suku yang mengandung variabel di ruas kiri dan konstanta di ruas kanan.

- b. Koefisien  $x^2$  harus sama dengan satu.  
 c. Tambahkan kedua ruas dengan kuadrat dari setengah koefisien  $x$ , sehingga ruas kiri menjadi kuadrat sempurna.

### Contoh Soal 2.6

Selesaikan persamaan kuadrat berikut dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.

a.  $x^2 + 4x - 21 = 0$                       b.  $3x^2 + 20x - 7 = 0$

**Pembahasan:**

a.  $x^2 + 4x - 21 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 21$                       (langkah 1)

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{1}{2} \cdot 4\right)^2 = 21 + \left(\frac{1}{2} \cdot 4\right)^2$  (langkah 3)

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 2^2 = 21 + 2^2$

$\Leftrightarrow (x + 2)^2 = 25$

$\Leftrightarrow x + 2 = \sqrt{25}$

$\Leftrightarrow x + 2 = \pm 5$

$\Leftrightarrow x + 2 = 5$  atau  $x + 2 = -5$

$\Leftrightarrow x = 3$  atau  $x = -7$

b.  $3x^2 + 20x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 20x = 7$                       (langkah 1)

$\Leftrightarrow x^2 + \frac{20}{3}x = \frac{7}{3}$                       (langkah 2)

$\Leftrightarrow x^2 + \frac{20}{3}x + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{20}{3}\right)^2 = \frac{7}{3} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{20}{3}\right)^2$  (langkah 3)

$\Leftrightarrow x^2 + \frac{20}{3}x + \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{7}{3} + \left(\frac{10}{3}\right)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + \frac{20}{3}x + \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{7}{3} + \frac{100}{9}$

$\Leftrightarrow \left(x + \frac{10}{3}\right)^2 = \frac{121}{9}$

$\Leftrightarrow x + \frac{10}{3} = \sqrt{\frac{121}{9}}$

$\Leftrightarrow x + \frac{10}{3} = \pm \frac{11}{3}$

$\Leftrightarrow x + \frac{10}{3} = \frac{11}{3}$  atau  $x + \frac{10}{3} = -\frac{11}{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$  atau  $x = -\frac{21}{3} = -7$



### 3. Menggunakan Rumus Kuadratis

Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan rumus kuadratis (rumus abc) biasanya dilakukan apabila kita mengalami kesulitan dalam menyelesaikan dengan cara memfaktorkan atau melengkapkan bentuk kuadrat sempurna.

Rumus kuadratis diperoleh dengan mengubah persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  menjadi kuadrat sempurna, sampai diperoleh nilai  $x$ . Untuk lebih jelasnya, kerjakanlah aktivitas berikut kemudian diskusikan dengan teman sebangkumu.

#### Aktivitas Siswa 3: Diskusi

Bentuk  $ax^2 + bx + c = 0$  jika diselesaikan dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna, akan diperoleh hasil sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + bx = \dots \quad (\text{langkah 1})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \dots x = \dots \quad (\text{langkah 2})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + (\dots)^2 = -\frac{c}{a} + (\dots)^2 \quad (\text{langkah 3})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + (\dots)^2 = -\frac{c}{a} + (\dots)^2$$

$$\Leftrightarrow (x + \dots)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow (x + \dots)^2 = \frac{b^2}{\dots} - \dots$$

$$\Leftrightarrow (x + \dots)^2 = \frac{b^2}{\dots} - \frac{\dots}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow (x + \dots)^2 = \frac{b^2 - \dots}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x + \dots = \pm \sqrt{\frac{b^2 - \dots}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - \dots}}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x = -\dots \pm \frac{\sqrt{b^2 - \dots}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\dots \pm \sqrt{b^2 - \dots}}{2a}$$

Dari uraian di atas, diperoleh rumus kuadratis (rumus abc), yaitu:  $x = \frac{-\dots \pm \sqrt{b^2 - \dots}}{2a}$

Dengan demikian, persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  dapat diselesaikan menggunakan rumus kuadratis, yaitu:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

### Contoh Soal 2.7

Selesaikan persamaan-persamaan berikut dengan menggunakan rumus kuadratis.

a.  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

b.  $2x^2 - 3x - 20 = 0$

**Pembahasan:**

a. Diketahui  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ , berarti  $a = 2$ ,  $b = 5$ , dan  $c = -3$ .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 + 7}{4} \text{ atau } x = \frac{-5 - 7}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ atau } x = \frac{-12}{4} = -3$$

b. Diketahui  $2x^2 - 3x - 20 = 0$ , berarti  $a = 2$ ,  $b = -3$ , dan  $c = -20$ .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-20)}}{2(2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{4} = \frac{3 \pm 13}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 + 13}{4} \text{ atau } x = \frac{3 - 13}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{4} = 4 \text{ atau } x = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

### Evaluasi 2.2

1. Tentukan nilai yang memenuhi persamaan berikut.

a.  $2(2x - 4) = 0$

c.  $3(p + 2)(p - 3) = 0$

e.  $(-2n + 1)(n + 3) = 0$

b.  $x(x + 1) = 0$

d.  $(3t - 2)^2 = 0$

f.  $-(3t + 1)(3t - 1) = 0$

2. Selesaikan tiap persamaan kuadrat berikut dengan cara memfaktorkan.

a.  $x^2 - 2x + 1 = 0$

d.  $6x^2 + 5x + 1 = 0$

g.  $9x^2 - 36 = 0$

b.  $x^2 + 7x + 12 = 0$

e.  $-2x^2 + 7x - 6 = 0$

h.  $x^2 + (x + 2)^2 - 2 = 0$

c.  $2x^2 - 3x - 5 = 0$

f.  $4x - 6x^2 = 0$

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari tiap persamaan kuadrat berikut.

a.  $x^2 - 16 = 0$

c.  $2x^2 + 6x = 0$

e.  $-3x^2 - 7x + 6 = 0$

b.  $4x^2 - 1 = 0$

d.  $2x^2 - 7x - 30 = 0$

4. Salah satu akar (penyelesaian) persamaan kuadrat  $x^2 + ax - 6 = 0$  adalah 2. Tentukanlah nilai  $a$ .
5. Jika salah satu akar (penyelesaian) persamaan  $ax^2 + 5x - 12 = 0$  adalah 2, tentukanlah nilai  $a$  dan akar (penyelesaian) yang lain.
6. Tentukan himpunan penyelesaian dari tiap persamaan berikut.
 

a. $x^2 = 81$	c. $(x - 2)^2 = 144$	e. $16x^2 - 100 = 0$	g. $(x + 2)^2 - 49 = 0$
b. $2x^2 = 200$	d. $9x^2 = 36$	f. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$	h. $(2 - 3x)^2 - 100 = 0$
7. Lengkapilah bentuk-bentuk berikut dengan mengisi titik-titik yang tersedia.
 

a. $x^2 + 4x + \dots = (x + \dots)^2$	c. $x^2 + \dots + 16 = (x + \dots)^2$	e. $x^2 - \dots + \frac{81}{4} = (x - \dots)^2$
b. $x^2 - 8x + \dots = (x - \dots)^2$	d. $x^2 + 3x + \dots = (x + \dots)^2$	f. $x^2 - 5x + \dots = (x + \dots)^2$
8. Lengkapilah bentuk-bentuk berikut ini agar menjadi kuadrat sempurna dengan menambah suatu bilangan (konstanta).
 

a. $x^2 + 10x$	c. $x^2 + \frac{2}{3}x$	e. $x^2 + 9x$	g. $x^2 + 5x$
b. $x^2 - 14x$	d. $x^2 - \frac{5}{6}x$	f. $x^2 - \frac{3}{4}x$	h. $x^2 - \frac{3}{2}x$
9. Selesaikan tiap persamaan kuadrat berikut dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.
 

a. $x^2 - 8x + 7 = 0$	d. $-x^2 + 3x + 10 = 0$	g. $-2x^2 - x + 1 = 0$
b. $x^2 + 6x + 8 = 0$	e. $2x^2 - 3x - 5 = 0$	h. $3x^2 + 4x - 4 = 0$
c. $x^2 - 4x - 21 = 0$	f. $2x^2 + 15x + 7 = 0$	
10. Selesaikan persamaan-persamaan kuadrat berikut dengan menggunakan rumus kuadratis.
 

a. $3x^2 + 8x + 4 = 0$	d. $2x^2 - 5 = 9x$	g. $6x^2 + 5x + 1 = 0$
b. $2x^2 + 8x - 24 = 0$	e. $-4x^2 + 9 + 9x = 0$	h. $3x^2 - 4x - 5 = 0$
c. $4x^2 - 12x = 15$	f. $-3x^2 - 7x + 6 = 0$	

## C Sifat-sifat Akar

Ada beberapa sifat akar-akar persamaan kuadrat yang perlu kamu ketahui. Hal ini akan lebih memudahkanmu menganalisis akar-akar dari suatu persamaan kuadrat. Untuk mengetahuinya, pelajailah uraian berikut dengan saksama.

### 1. Diskriminan

Telah kamu ketahui bahwa salah satu cara menentukan akar-akar dari suatu persamaan kuadrat adalah dengan menggunakan rumus kuadratis. Jika suatu persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , dengan  $a \neq 0$ , mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ ,

$$\text{maka } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Bentuk  $b^2 - 4ac$  disebut dengan diskriminan, dilambangkan dengan  $D$ . Bagaimana hubungan diskriminan dengan sifat akar dari suatu persamaan kuadrat? Untuk mengetahuinya, lakukanlah aktivitas berikut ini.

### Aktivitas Siswa 4: Individu

- Perhatikan persamaan-persamaan kuadrat berikut ini.
  - $x^2 - 4x - 5 = 0$
  - $x^2 - 2x + 1 = 0$
  - $x^2 - 2x + 5 = 0$
- Tentukan akar-akar dari persamaan kuadrat di atas, untuk bagian:
  - dengan cara faktorisasi,
  - dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna, dan
  - dengan rumus kuadratis.
- Tentukan nilai diskriminannya.
  - $D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(-5) = \dots$
  - $D = \dots$
  - $D = \dots$
- Tentukan apakah nilai  $D$  pada setiap persamaan kuadrat tersebut, lebih besar nol, sama dengan nol, atau lebih kecil nol.
- Bandingkan hasil langkah 3 dengan langkah 4, apa yang dapat kamu simpulkan?

Setelah kamu melakukan aktivitas siswa tersebut, kamu akan memperoleh simpulan sebagai berikut.

Misalkan persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , dengan  $a \neq 0$ , mempunyai nilai  $D = b^2 - 4ac$ , berlaku

- jika  $D > 0$ , maka persamaan kuadrat mempunyai 2 akar real berbeda,
- jika  $D = 0$ , maka persamaan kuadrat mempunyai 1 akar real sama (kembar), dan
- jika  $D < 0$ , maka persamaan kuadrat tidak mempunyai akar real.

Selanjutnya, agar pemahamanmu bertambah, pelajari contoh-contoh soal berikut ini.

### Contoh Soal 2.8

Tanpa menentukan akar-akarnya, tentukan banyaknya akar real dari persamaan berikut ini.

- $4x^2 - 20x + 23 = 0$
- $x^2 - 4x + 4 = 0$
- $7x^2 + 3x + 4 = 0$

**Pembahasan:**

- $4x^2 - 20x + 23 = 0 \Rightarrow a = 4, b = -20, \text{ dan } c = 23$

$$D = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4(4)(23) = 400 - 368 = 32 > 0$$

Karena  $D > 0$ , maka persamaan tersebut mempunyai 2 akar real berbeda.

b.  $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -4, \text{ dan } c = 4$

$$D = (-4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

Karena  $D = 0$ , maka persamaan tersebut mempunyai akar sama (kembar).

c.  $7x^2 + 3x + 4 = 0 \Rightarrow a = 7, b = 3, \text{ dan } c = 4$

$$D = 3^2 - 4(7)(4) = 9 - 112 = -103 < 0$$

Karena  $D < 0$ , maka persamaan tersebut tidak mempunyai akar real.

### Contoh Soal 2.9

Diketahui persamaan kuadrat  $3x^2 - 2x + a = 0$ . Tentukan nilai  $a$  agar persamaan kuadrat tersebut mempunyai akar kembar.

**Pembahasan:**

Syarat mempunyai akar kembar,  $D = 0$ .

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(a) = 0 \Leftrightarrow 4 - 12a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

## 2. Jumlah dan Hasil Kali Akar

Pada subbab sebelumnya, kamu telah mempelajari bagaimana menentukan penyelesaian dari suatu persamaan kuadrat. Perhatikan kembali **Contoh Soal 2.3** bagian a, diperoleh bahwa akar-akar dari persamaan  $x^2 - 2x + 3 = 0$  adalah  $x_1 = -1$  dan  $x_2 = 3$ . Jumlah kedua akar, yaitu  $x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2$  dan hasil kali akarnya,  $x_1 x_2 = -3$ . Tentunya hal ini mudah ditemukan untuk akar-akar yang bulat. Bagaimana jika suatu persamaan kuadrat mempunyai akar-akar yang rasional misalnya  $x^2 - 2x + 5 = 0$ , diperoleh nilai  $x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$  dan  $x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$ ? Tentu kamu akan mengalami kesulitan untuk menentukan jumlah akar dan hasil kali akarnya.

Ternyata, ada suatu rumusan yang akan memudahkanmu menentukan jumlah akar dan hasil kali akar tanpa harus mencari akar-akarnya terlebih dahulu. Untuk mengetahuinya, lakukanlah aktivitas berikut, dengan cara berdiskusi bersama teman sebangkumu.

### Aktivitas Siswa 5: Diskusi

- Menemukan rumus jumlah akar-akar persamaan kuadrat.

Coba ingat kembali rumus kuadratis (rumus abc) untuk mencari akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , yaitu:

$$x = \frac{-b \pm \dots}{2a}$$

Dengan demikian, diperoleh:  $x_1 = \frac{-b + \dots}{2a}$  dan  $x_2 = \frac{-b - \dots}{2a}$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \dots}{2a} + \frac{-b - \dots}{2a} = \frac{\dots + \dots}{2a} = \frac{\dots}{2a} = \dots$$

Jadi, jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka rumus jumlah akar-akarnya adalah:  $x_1 + x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. Menemukan rumus hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka:

$$x_1 \cdot x_2 = \left( \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \cdot \left( \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b)^2 - (\dots)^2}{(\dots)^2}$$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{\dots - (\dots)}{4a^2} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{\dots - b^2 + \dots}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{\dots}{4a^2} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{\dots}{a}$$

Jadi, rumus hasil kali akar-akar persamaan kuadrat adalah:  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ .

Setelah kamu menyelesaikan aktivitas di atas, kamu akan memperoleh simpulan sebagai berikut.

Misalkan persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , dengan  $a \neq 0$ , mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ , maka

jumlah akar-akar:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

hasil kali akar-akar:  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Selanjutnya, pelajari contoh-contoh soal berikut ini, agar pemahaman kamu lebih bertambah.

### Contoh Soal 2.10

Diketahui  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar dari persamaan kuadrat  $x^2 + 9x - 4 = 0$ . Tentukan nilai dari:

- a.  $x_1 + x_2$                       b.  $(x_1 + 3) + (x_2 + 3)$                       c.  $x_1 x_2$

**Pembahasan:**

Diketahui persamaan  $x^2 + 9x - 4 = 0$ , berarti  $a = 1$ ,  $b = 9$ , dan  $c = -4$ .

a.  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{9}{1} = -9$

b.  $(x_1 + 3) + (x_2 + 3) = (x_1 + x_2) + 6 = -9 + 6 = -3$

c.  $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

Selanjutnya, perhatikan persamaan kuadrat  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1 = 2$  dan  $x_2 = \frac{1}{2}$ . Perhatikan bahwa kedua akar tersebut saling berkebalikan. Perhatikan pula nilai  $a$  dan  $c$  pada persamaan  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ . Nilai  $a$  sama dengan  $c$  yaitu 2, sehingga kita peroleh simpulan:

Jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar yang saling berkebalikan, maka  $a = c$ . Berlaku juga sebaliknya.

Untuk mengetahui sifat-sifat akar lainnya, lakukanlah aktivitas berikut ini bersama teman sebangkumu.

### Aktivitas Siswa 6: Diskusi

1. Perhatikan persamaan kuadrat berikut ini.
  - a.  $x^2 - 3x + 2 = 0$
  - b.  $x^2 + 3x + 2 = 0$
2. Tentukan akar-akar dari kedua persamaan tersebut, lalu isilah titik-titik berikut.
  - a. Pada persamaan kuadrat  $a$ , diperoleh akar-akar ... dan .... Kedua akar positif. Nilai  $x_1 + x_2 = \dots$  (positif)  $\Leftrightarrow \frac{-b}{a} > 0$
  - b. Pada persamaan kuadrat  $b$ , diperoleh akar-akar ... dan .... Kedua akar .... Nilai  $x_1 + x_2 = \dots$  (...)  $\Leftrightarrow \frac{-b}{a} \dots 0$

Setelah kamu menyelesaikan aktivitas di atas, kamu akan memperoleh simpulan sebagai berikut.

Diketahui persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar berbeda, dengan:

- a. kedua akar positif jika  $\frac{-b}{a} > 0$ .
- b. kedua akar negatif jika  $\frac{-b}{a} < 0$ .

Selanjutnya, pelajarialah contoh-contoh soal berikut ini, agar pemahaman kamu lebih bertambah.

### Contoh Soal 2.13

Diketahui persamaan  $3x^2 - (p - 2)x + 2p = 0$ . Tentukan nilai  $p$  agar kedua akar:

- a. berlawanan,
- b. saling berkebalikan,
- c. positif, dan
- d. negatif.

**Pembahasan:**

- a. Kedua akar berlawanan,  $b = 0 \Rightarrow p - 2 = 0 \Leftrightarrow p = 2$

### Contoh Soal 2.11

Diketahui  $a$  dan  $b$  adalah akar-akar dari  $2x^2 - px + 6 = 0$ . Jika nilai dari  $a + b = 12$ , tentukan nilai  $p$ .

**Pembahasan:**

$$a + b = \frac{-(-p)}{2} = \frac{p}{2} \Leftrightarrow 12 = \frac{p}{2} \Leftrightarrow p = 24$$

Selain rumus-rumus yang sudah dipelajari mengenai rumus jumlah dan hasil kali akar, ada beberapa rumus yang juga sering digunakan dalam menyusun persamaan kuadrat, yaitu sebagai berikut.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} \quad \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2}$$

### Contoh Soal 2.12

Akar-akar dari persamaan kuadrat  $x^2 + 3x - 1 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Tentukan nilai dari:

a.  $x_1^2 + x_2^2$

b.  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

**Pembahasan:**

Akar-akar dari persamaan kuadrat  $x^2 + 3x - 1 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ , sehingga

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$x_1x_2 = \frac{-1}{1} = -1$$

a.  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-3)^2 - 2(-1) = 11$

b.  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{-3}{-1} = 3$

### 3. Hubungan Sifat Akar dan Koefisien Persamaan

Persamaan kuadrat  $x^2 - 9 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1 = 3$  dan  $x_2 = -3$ . Perhatikan bahwa kedua akar persamaan tersebut berbeda tanda (berlawanan), maka  $x_1 + x_2 = 3 + (-3) = 0$ . Kamu sudah mengetahui bahwa persamaan  $x^2 - 9 = 0$  mempunyai nilai  $a = 1$ ,  $b = 0$ , dan  $c = -9$ . Menurutmu, adakah hubungan antara kedua akar yang berlawanan dengan koefisien  $b$ ? Coba kamu lakukan hal yang sama untuk persamaan kuadrat lain yang nilai  $b$ -nya sama dengan nol. Dari uraian ini, kita peroleh simpulan sebagai berikut.

Jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar yang berlawanan tanda, maka  $b = 0$ . Berlaku juga sebaliknya.



Selanjutnya, perhatikan persamaan kuadrat  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1 = 2$  dan  $x_2 = \frac{1}{2}$ . Perhatikan bahwa kedua akar tersebut saling berkebalikan. Perhatikan pula nilai  $a$  dan  $c$  pada persamaan  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ . Nilai  $a$  sama dengan  $c$  yaitu 2, sehingga kita peroleh simpulan:

Jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar yang saling berkebalikan, maka  $a = c$ . Berlaku juga sebaliknya.

Untuk mengetahui sifat-sifat akar lainnya, lakukanlah aktivitas berikut ini bersama teman sebangkumu.

### Aktivitas Siswa 6: Diskusi

- Perhatikan persamaan kuadrat berikut ini.
  - $x^2 - 3x + 2 = 0$
  - $x^2 + 3x + 2 = 0$
- Tentukan akar-akar dari kedua persamaan tersebut, lalu isilah titik-titik berikut.
  - Pada persamaan kuadrat  $a$ , diperoleh akar-akar ... dan .... Kedua akar positif.  
 Nilai  $x_1 + x_2 = \dots$  (positif)  $\Leftrightarrow \frac{-b}{a} > 0$
  - Pada persamaan kuadrat  $b$ , diperoleh akar-akar ... dan .... Kedua akar ....  
 Nilai  $x_1 + x_2 = \dots$  (...)  $\Leftrightarrow \frac{-b}{a} \dots 0$

Setelah kamu menyelesaikan aktivitas di atas, kamu akan memperoleh simpulan sebagai berikut.

Diketahui persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar berbeda, dengan:

- kedua akar positif jika  $\frac{-b}{a} > 0$ .
- kedua akar negatif jika  $\frac{-b}{a} < 0$ .

Selanjutnya, pelajarilah contoh-contoh soal berikut ini, agar pemahaman kamu lebih bertambah.

### Contoh Soal 2.13

- b. Kedua akar saling berkebalikan,  $a = c \Rightarrow 3 = 2p \Leftrightarrow p = \frac{3}{2}$
- c. Kedua akar positif,  $\frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{p-2}{3} > 0 \Leftrightarrow p > 2$
- d. Kedua akar negatif,  $\frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{p-2}{3} < 0 \Leftrightarrow p < 2$

### Evaluasi 2.3

- Gunakan diskriminan untuk menentukan banyaknya akar real persamaan kuadrat berikut.
  - $2x^2 - x + 3 = 0$
  - $3x^2 + 3 = 6x$
  - $5x = \frac{3}{2}x^2 + 6$
  - $2(x-2)^2 + 5 = x^2 + 3x$
- Diketahui persamaan  $(1-m)x^2 + (8-2m)x + 12 = 0$  mempunyai akar kembar. Tentukan nilai  $m$ .
- Diketahui persamaan kuadrat  $2x^2 - (5m-3)x + 18 = 0$ . Tentukan:
  - nilai diskriminan,
  - nilai  $m$  agar persamaan kuadrat memiliki akar sama, dan
  - akar-akar yang sama tersebut.
- Akar-akar persamaan  $x^2 - 3x + 6 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Tentukan nilai dari:
  - $x_1^2 + x_2^2$
  - $x_1^3 + x_2^3$
  - $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$
  - $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
- Diketahui persamaan  $x^2 - (2m-3)x + m + 1 = 0$ . Tentukan nilai  $m$  agar kedua akar:
  - berlawanan,
  - saling berkebalikan,
  - positif, dan
  - negatif.

## D Menyusun Persamaan Kuadrat

Dalam subbab sebelumnya, kamu telah mempelajari cara-cara menyelesaikan persamaan kuadrat sehingga diperoleh penyelesaian (akar-akar) persamaan kuadrat tersebut. Dalam subbab ini, kamu akan mempelajari bagaimana cara menyusun persamaan kuadrat jika diketahui akar-akarnya.

Apabila akar-akar suatu persamaan kuadrat telah diketahui, maka persamaan kuadrat tersebut dapat disusun dengan dua cara, yaitu:

- menggunakan faktor, dan
- menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar.

## 1. Menggunakan Faktor

Apabila suatu persamaan kuadrat difaktorkan menjadi  $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ , maka  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan akar-akar persamaan kuadrat tersebut. Sebaliknya, apabila  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar suatu persamaan kuadrat, maka persamaan kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

### Contoh Soal 2.14

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya adalah sebagai berikut.

- a.  $-3$  dan  $4$                       b.  $-\frac{1}{2}$  dan  $-\frac{2}{3}$

**Pembahasan:**

- a. Diketahui  $x_1 = -3$  dan  $x_2 = 4$ , maka:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\Rightarrow (x - (-3))(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $-3$  dan  $4$  adalah  $x^2 - x - 12 = 0$ .

- b. Diketahui  $x_1 = -\frac{1}{2}$  dan  $x_2 = -\frac{2}{3}$ , maka:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{2}{6} = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 7x + 2 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $-\frac{1}{2}$  dan  $-\frac{2}{3}$  adalah  $6x^2 + 7x + 2 = 0$ .

## 2. Menggunakan Rumus Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar

Selain dengan menggunakan faktor, suatu persamaan kuadrat dapat disusun menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar.

Masih ingatkah kamu bagaimana rumus jumlah dan hasil kali akar-akar dapat menyusun suatu persamaan kuadrat? Bentuk persamaan kuadrat yang menggunakan rumus jumlah dan hasil kali adalah

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Pelajarilah contoh-contoh soal berikut ini, agar pemahamanmu lebih bertambah. Diskusikan dengan teman sebangku atau gurumu.

### Contoh Soal 2.15

Tentukan persamaan kuadrat jika diketahui akar-akarnya sebagai berikut.

- a. 2 dan 3      b. 1 dan -4      c. -3 dan  $\frac{1}{2}$       d.  $-\frac{2}{3}$  dan  $-\frac{1}{3}$

**Pembahasan:**

a. Diketahui  $x_1 = 2$  dan  $x_2 = 3$ , maka:

$$x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6$$

Persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

b. Diketahui  $x_1 = 1$  dan  $x_2 = -4$ , maka:

$$x_1 + x_2 = 1 + (-4) = -3$$

$$x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-4) = -4$$

Persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (-3)x + (-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

c. Diketahui  $x_1 = -3$  dan  $x_2 = \frac{1}{2}$ , maka:

$$x_1 + x_2 = -3 + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -3 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

Persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)x + \left(-\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

d. Diketahui  $x_1 = -\frac{2}{3}$  dan  $x_2 = -\frac{1}{3}$ , maka:

$$x_1 + x_2 = -\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{3} = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9}$$

Persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (-1)x + \frac{2}{9} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + \frac{2}{9} = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + 9x + 2 = 0$$

### Contoh Soal 2.16

Akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Jika kedua akar tersebut saling berlawanan dan hasil kali kedua akarnya -4, tentukanlah persamaan kuadrat tersebut.

**Pembahasan:**

Diketahui:  $x_1$  dan  $x_2$  saling berlawanan, artinya  $x_1 = -x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$

$$x_1 \cdot x_2 = -4$$

Dengan demikian, persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (0)x + (-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$$

### Contoh Soal 2.17

Akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Jika kedua akar tersebut saling berkebalikan dan jumlah kedua akarnya  $\frac{5}{2}$ , tentukanlah persamaan kuadrat tersebut.

**Pembahasan:**

Diketahui:  $x_1$  dan  $x_2$  saling berkebalikan, artinya  $x_1 = \frac{1}{x_2} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$$

Dengan demikian, persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

### Contoh Soal 2.18

Diketahui persamaan kuadrat  $x^2 - 2x + 9 = 0$  mempunyai akar-akar  $p$  dan  $q$ . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya:

a.  $p + 3$  dan  $q + 3$

b.  $3p$  dan  $3q$

**Pembahasan:**

a. Karena  $p$  dan  $q$  akar-akar dari  $x^2 - 2x + 9 = 0$ , maka

$$p + q = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

$$pq = \frac{c}{a} = \frac{9}{1} = 9$$

Akar-akar baru adalah  $p + 3$  dan  $q + 3$ , sehingga

$$\begin{aligned} \text{Jumlah Akar Baru (JAB): } p + 3 + q + 3 &= (p + q) + 6 \\ &= 2 + 6 = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Hasil kali Akar Baru (HAB): } (p + 3)(q + 3) &= pq + 3p + 3q + 9 \\ &= pq + 3(p + q) + 9 = 9 + 3(2) + 9 = 24 \end{aligned}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$x^2 - (\text{JAB})x + \text{HAB} = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 24 = 0$$

b. Akar-akar baru adalah  $3p$  dan  $3q$ , sehingga

$$\text{Jumlah Akar Baru (JAB): } 3p + 3q = 3(p + q) = 3(2) = 6$$

$$\text{Hasil kali Akar Baru (HAB): } 3p + 3q = 9pq = 9(9) = 81$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$x^2 - (\text{JAB})x + \text{HAB} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 81 = 0$$

### Contoh Soal 2.19

Misalkan  $a$  dan  $b$  adalah akar-akar dari persamaan  $2x^2 + 5x - 6 = 0$ . Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $\frac{1}{a}$  dan  $\frac{1}{b}$ .

**Pembahasan:**

Karena  $a$  dan  $b$  adalah akar-akar dari persamaan  $2x^2 + 5x - 6 = 0$ , maka

$$a + b = \frac{-5}{2} = -\frac{5}{2} \qquad ab = \frac{-6}{2} = -3$$

Akar-akar baru adalah  $\frac{1}{a}$  dan  $\frac{1}{b}$ , sehingga

$$\text{Jumlah Akar Baru (JAB): } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{-\frac{5}{2}}{-3} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Hasil kali Akar Baru (HAB): } \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{1}{ab} = -\frac{1}{3}$$

Persamaan kuadrat baru adalah

$$x^2 - (\text{JAB})x + \text{HAB} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 5x - 2 = 0$$

### Evaluasi 2.4

- Dengan menggunakan cara faktor, tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya diketahui sebagai berikut.
  - 3 dan 4
  - 5 dan  $-\frac{1}{2}$
  - $\frac{2}{3}$  dan  $\frac{3}{4}$
  - $-\frac{1}{2}$  dan  $-\frac{2}{3}$
- Dengan menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar, tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya diketahui sebagai berikut.
  - 4 dan 5
  - 3 dan -2
  - $\frac{1}{2}$  dan  $\frac{1}{3}$
  - $-\frac{2}{3}$  dan  $\frac{4}{3}$
- Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar suatu persamaan kuadrat, dengan  $x_1$  dan  $x_2$  saling berkebalikan dan jumlah  $x_1$  dan  $x_2$  sama dengan  $\frac{13}{6}$ , tentukanlah persamaan kuadrat tersebut.
- Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua kali akar-akar persamaan kuadrat  $2x^2 - 5x - 3 = 0$ .
- Misalkan persamaan kuadrat  $x^2 - 7x + 5 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya:
  - $x_1 + 2$  dan  $x_2 + 2$
  - $x_1 - 3$  dan  $x_2 - 3$
  - $3x_1$  dan  $3x_2$
  - $2x_1 - 3$  dan  $2x_2 - 3$
- Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya tiga kurangnya dari akar-akar persamaan kuadrat  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .
- Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua kali dari akar-akar persamaan kuadrat  $2x^2 + 5x + 1 = 0$ .

## E Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Pemecahan Masalah

Konsep persamaan kuadrat dapat diterapkan dalam memecahkan berbagai masalah, baik masalah dalam matematika sendiri, dalam bidang lain, maupun dalam kehidupan sehari-hari. Langkah pertama untuk menyelesaikan masalah tersebut adalah dengan menyusun model matematika dari masalah itu, dengan kata lain, masalah yang berbentuk soal cerita diubah menjadi kalimat matematika yang mengandung konstanta dan variabel, dalam hal ini berbentuk persamaan kuadrat. Berikut ini beberapa contoh penerapan persamaan kuadrat dalam pemecahan masalah.

### Contoh Soal 2.20

Jumlah dua bilangan cacah adalah 20 dan hasil kalinya adalah 96. Tentukan kedua bilangan tersebut.

**Pembahasan:**

Misalkan: bilangan cacah I =  $x$  dan bilangan cacah II =  $y$ , maka

$$x + y = 20 \Leftrightarrow y = 20 - x \dots(1)$$

$$x \cdot y = 96 \dots(2)$$

Kita ubah  $y$  pada persamaan (2) dengan  $y$  pada persamaan (1), diperoleh:

$$x(20 - x) = 96$$

$$\Leftrightarrow 20x - x^2 = 96 \Leftrightarrow x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 12)(x - 8) = 0 \Leftrightarrow x = 12 \text{ atau } x = 8$$

untuk  $x = 12$ , maka  $y = 20 - x = 20 - 12 = 8$

untuk  $x = 8$ , maka  $y = 20 - 8 = 12$

Jadi, kedua bilangan cacah tersebut adalah 8 dan 12.

### Contoh Soal 2.21

Pak Andi memiliki sebidang tanah berbentuk persegi panjang, yang kelilingnya 50 m dan luasnya 150 m<sup>2</sup>. Jika bidang tanah tersebut akan dijadikan kolam untuk ikan-ikannya, tentukanlah ukuran panjang dan lebar kolam tersebut.

**Pembahasan:**

Misalkan: lebar kolam =  $x$  dan panjang kolam =  $y$ , maka:

$$\text{keliling} = 2x + 2y = 50$$

$$\Leftrightarrow x + y = 25$$

$$\Leftrightarrow y = 25 - x$$

$$\text{luas} = x \cdot y = 150$$

$$\Rightarrow x(25 - x) = 150$$

$$\Leftrightarrow 25x - x^2 = 150 \Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)(x - 15) = 0 \Leftrightarrow x = 10 \text{ atau } x = 15$$

Untuk  $x = 10$ , maka  $y = 25 - x = 25 - 10 = 15$

Jadi, ukuran panjang dan lebar kolam tersebut berturut-turut adalah 15 m dan 10 m.

### Contoh Soal 2.22

Sebuah bola dilemparkan ke atas. Tinggi bola setelah  $t$  detik dirumuskan dengan  $h(t) = 20t - 5t^2$ . Hitunglah  $t$  jika tinggi bola 25 meter.

**Pembahasan:**

Diketahui:  $h(t) = 20t - 5t^2$

Ketika tinggi bola 25 meter, maka persamaannya adalah:

$$25 = 20t - 5t^2$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 - 20t + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 5)(t + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 5 \text{ atau } t = -1 \quad (\text{tidak memenuhi})$$

Jadi, tinggi bola 25 meter pada saat  $t = 5$  detik.

### Evaluasi 2.5

- Selisih dua bilangan cacah adalah 11 dan hasil kalinya 126. Tentukan kedua bilangan cacah tersebut.
- Sebuah taman berbentuk persegi panjang yang kelilingnya 54 m dan luasnya  $180 \text{ m}^2$ . Misalkan lebar taman  $x$  meter, maka:
  - nyatakan panjangnya dalam  $x$ ,
  - susun persamaan kuadrat dalam  $x$  kemudian selesaikan, dan
  - tentukan ukuran panjang dan lebar taman tersebut.
- Sebuah peluru ditembakkan vertikal ke atas. Tinggi peluru setelah  $t$  detik dirumuskan dengan  $h(t) = (8t - 2t^2)$  meter. Tentukan:
  - jarak peluru pada saat  $t = 2$  detik, dan
  - waktu peluru untuk sampai pada ketinggian yang sama ketika peluru ditembakkan.
- Jumlah dua bilangan positif adalah 32. Jika jumlah dari kebalikan setiap bilangan tersebut adalah  $\frac{2}{15}$ , maka tentukan selisih dari bilangan terbesar dan terkecil.
- Sebuah peti kemas berbentuk balok dengan volume  $70 \text{ m}^3$ . Jika panjangnya 2 m lebih panjang dari lebarnya dan tingginya 2 m, tentukan ukuran alas peti kemas tersebut.
- Diketahui segitiga siku-siku dengan jumlah kedua sisi siku-sikunya 70 cm. Misalkan panjang salah satu sisi siku-sikunya adalah  $x$  cm, maka:
  - nyatakan luasnya dalam  $x$ ,
  - tentukan ukuran kedua sisi siku-sikunya, jika luasnya  $600 \text{ cm}^2$ , dan
  - tentukan panjang sisi miringnya.



## Tugas Proyek

### Petunjuk

1. Buatlah kelompok dengan beranggotakan 4–5 orang yang heterogen atau sesuai perintah gurumu.
2. Kerjakanlah tugas proyek ini dalam waktu 1 minggu meliputi penyelesaian tugas dan presentasi.

### Langkah-langkah

1. Berikut ini adalah data ketinggian (dalam meter) pada pelemparan sebuah bola ke atas (vertikal) terhadap waktu (dalam detik).

Detik ke-1	0	1	2	3	4	5
Ketinggian	12,5	22,6	31,7	39,8	46,9	53

2. Susunlah persamaan kuadrat yang mendekati persamaan lintasan bola tersebut.
3. Tentukan ketinggian bola pada saat:
  - a. detik ke-6
  - b. detik ke-10
  - c. detik ke-20
4. Kapan bola mencapai titik tertinggi?
5. Kapan bola mencapai mencapai tanah (ketinggian = 0)?

## Tugas Portofolio

Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 orang atau sesuai dengan instruksi gurumu. Setiap kelompok membuat rangkuman mengenai konsep persamaan kuadrat dengan kata-kata sendiri. Kemudian amatilah lingkungan di sekitarmu. Buatlah contoh masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan penggunaan persamaan kuadrat, kemudian selesaikan masalah tersebut dan tuliskan hasilnya dalam bentuk portofolio. Kumpulkan kepada gurumu.

## Persamaan Kuadrat dalam Kehidupan Sehari-hari

Dalam mempelajari konsep persamaan kuadrat banyak sikap dan perilaku yang tercermin dalam kehidupan sehari-hari, seperti konsisten dan teliti, disiplin, bertanggung jawab, jujur, percaya diri, tidak mudah menyerah, dan percaya pada kegunaan matematika.

Dalam mempelajari konsep persamaan kuadrat, terdapat beberapa cara dalam menyelesaikan persamaan kuadrat dan juga menyusun persamaan kuadrat. Dalam hal ini kita dituntut untuk konsisten dan teliti dalam menggunakan cara yang ditentukan. Ketika mengerjakan soal-soal yang berhubungan dengan persamaan kuadrat, kita harus

percaya diri dengan jawaban kita, selama cara kita menyelesaikannya sesuai dengan prosedur yang telah dipelajari. Namun, adakalanya kita keliru dalam menyelesaikannya, kita harus jujur dan bertanggung jawab mengakui kekeliruan kita dan tidak mudah menyerah untuk memperbaiki kekeliruan itu dan menyelesaikannya dengan benar.

Dengan mengetahui beberapa peranan konsep persamaan kuadrat dalam pemecahan masalah, maka akan tumbuh rasa percaya pada kegunaan matematika. Semua sikap dan perilaku tersebut tidak akan terwujud jika kita tidak menghargai dan menghayati ajaran agama kita masing-masing dengan baik.

## Rangkuman

1. Bentuk umum persamaan kuadrat adalah:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ dengan } a \neq 0$$

2. Cara-cara menyelesaikan persamaan kuadrat adalah:

- a. Memfaktorkan

Jika  $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q) = 0$  (dengan  $b = p + q$  dan  $c = pq$ ), maka:

$$x + p = 0 \text{ atau } x + q = 0$$

- b. Melengkapkan kuadrat sempurna (syarat  $a = 1$ )

Jika  $x^2 + bx + c = 0$ , maka:

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = -c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = -c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

- c. Rumus kuadratis (rumus abc)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Misalkan persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , dengan  $a \neq 0$ , mempunyai nilai  $D = b^2 - 4ac$ , berlaku

- jika  $D > 0$ , maka persamaan kuadrat mempunyai 2 akar real berbeda.
- jika  $D = 0$ , maka persamaan kuadrat mempunyai 1 akar real sama (kembar).
- jika  $D < 0$ , maka persamaan kuadrat tidak mempunyai akar real.

4. Misalkan persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , dengan  $a \neq 0$ , mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ , maka:

a. jumlah akar-akar:  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

b. hasil kali akar-akar:  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

5. Rumus yang berhubungan dengan jumlah dan hasil kali akar.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \quad \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2}$$

6. Hubungan sifat akar dan koefisien persamaan.

- Jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar yang berlawanan tanda, maka  $b = 0$ . Berlaku juga sebaliknya.
- Jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar yang saling berkebalikan, maka  $a = c$ . Berlaku juga sebaliknya.
- Kedua akar positif jika  $\frac{-b}{a} > 0$ .
- Kedua akar negatif jika  $\frac{-b}{a} < 0$ .

7. Menyusun persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu:

a. Menggunakan faktor

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan kuadrat, maka persamaan kuadratnya dirumuskan:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

b. Menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \text{ atau } x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

## Refleksi



Dalam refleksi ini, kamu diharapkan mampu memonitor perkembangan diri kamu sendiri mengenai topik persamaan kuadrat dengan mengisi tabel evaluasi berikut sesuai dengan yang kamu rasakan.

No.	Indikator	Nilai Ukur		Alasan
		Belum Bisa	Bisa	
1.	Mengenal bentuk persamaan kuadrat.			
2.	Membedakan penyelesaian dengan bukan penyelesaian persamaan kuadrat.			
3.	Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan.			
4.	Mengenal bentuk kuadrat sempurna.			
5.	Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan bentuk kuadrat sempurna.			
6.	Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus kuadratis.			
7.	Menentukan diskriminan.			
8.	Memahami hubungan diskriminan dengan jenis akar persamaan kuadrat.			
9.	Memahami rumus jumlah dan hasil kali akar.			
10.	Memahami hubungan antara sifat akar dan koefisien persamaan kuadrat.			
11.	Menyusun persamaan kuadrat.			
12.	Memecahkan masalah nyata dan matematika dengan menggunakan konsep persamaan kuadrat.			

## Evaluasi Bab II

1. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

- Bentuk-bentuk berikut yang bukan merupakan persamaan kuadrat, adalah ....
  - $2x^2 - 10x - 12$
  - $x(x - 3) = 0$
  - $-5 + 12x - 4x^2 = 0$
  - $x^2(1 - x) + 2 = 0$
- Konstanta dalam persamaan kuadrat  $x(2x - 1) + 3 = 0$  adalah ....
  - 1
  - 1
  - 2
  - 3
- Penyelesaian (akar-akar) persamaan kuadrat  $x^2 - 3x - 10 = 0$  adalah ....
  - 3 atau 5
  - 2 atau 5
  - 5 atau 2
  - 2 atau 5
- $-\frac{1}{2}$  atau 3 merupakan akar-akar persamaan kuadrat ....
  - $2x^2 + 5x - 3 = 0$
  - $2x^2 - 5x - 3 = 0$
  - $2x^2 + 7x + 3 = 0$
  - $2x^2 - 3x - 5 = 0$
- Salah satu akar persamaan kuadrat  $x^2 + ax - 6 = 0$  adalah 2, maka nilai  $a$  haruslah sama dengan ....
  - 1
  - 1
  - 3
  - 4
- Jika salah satu akar persamaan  $ax^2 + 5x - 12 = 0$  adalah 2, maka ....
  - $a = \frac{1}{2}$ , akar yang lain -12
  - $a = \frac{1}{2}$ , akar yang lain 12
  - $a = \frac{1}{3}$ , akar yang lain -12
  - $a = \frac{2}{3}$ , akar yang lain 10
- Himpunan penyelesaian dari persamaan  $4x^2 - 12x - 7 = 0$  adalah ....
  - $\left\{-\frac{1}{2}, -7\right\}$
  - $\left\{-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right\}$
  - $\left\{\frac{1}{2}, -2\right\}$
  - $\left\{\frac{1}{2}, 7\right\}$
- Himpunan penyelesaian dari persamaan  $3x^2 - 2x - 8 = 0$  adalah ....
  - $\left\{-\frac{4}{3}, 2\right\}$
  - $\left\{-\frac{1}{3}, 2\right\}$
  - $\left\{\frac{4}{3}, 2\right\}$
  - $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right\}$
- Akar-akar persamaan kuadrat  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1 > x_2$ . Nilai  $x_1 - x_2$  adalah ....
  - $-\frac{5}{3}$
  - $-\frac{1}{3}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{5}{3}$

10. Jumlah akar-akar persamaan  $9x^2 - 3x - 2 = 0$  adalah ....
- $-\frac{1}{3}$
  - $-\frac{2}{9}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{2}{9}$
11. Hasil kali akar-akar persamaan  $4x^2 - 12x + 5 = 0$  adalah ....
- $-3$
  - $-\frac{5}{4}$
  - $\frac{4}{5}$
  - $\frac{5}{4}$
12. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $-3$  dan  $\frac{1}{2}$  adalah ....
- $2x^2 + 5x - 3 = 0$
  - $2x^2 - 5x - 3 = 0$
  - $2x^2 - 3x + 5 = 0$
  - $2x^2 + 3x - 5 = 0$
13. Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar persamaan kuadrat yang saling berlawanan dengan hasil kalinya  $-16$ , maka persamaan kuadrat tersebut adalah ....
- $x^2 - x - 16 = 0$
  - $x^2 + x - 16 = 0$
  - $x^2 - 16 = 0$
  - $x^2 + 16 = 0$
14. Jumlah dua bilangan cacah adalah 20 dan hasil kalinya 96. Selisih kedua bilangan cacah tersebut adalah ....
- 1
  - 2
  - 3
  - 4
15. Banyaknya akar real dari persamaan kuadrat  $x^2 - 5x + 9 = 0$  adalah ....
- 0
  - 1
  - 2
  - tidak dapat ditentukan
16. Jenis akar dari persamaan kuadrat  $2x^2 + x - 3 = 0$  adalah ....
- 2 akar real berbeda
  - 1 akar sama
  - tidak mempunyai akar real
  - tidak dapat ditentukan
17. Jika nilai diskriminan dari persamaan kuadrat  $2x^2 - 9x + c = 0$  adalah 121, maka  $c = \dots$
- $-8$
  - $-5$
  - 5
  - 8
18. Jika diskriminan dari persamaan kuadrat  $3x^2 - x - p = 0$  adalah 61, maka nilai dari  $p - 1$  adalah ....
- 5
  - 4
  - 3
  - 2
19. Persamaan kuadrat  $x^2 - ax + a = 0$  mempunyai akar kembar untuk nilai  $a$  sama dengan ....
- $-4$
  - $-2$
  - 2
  - 4
20. Diketahui persamaan kuadrat  $3x^2 + 4x - 1 = 0$  mempunyai akar-akar  $m$  dan  $n$ . Nilai dari  $(m + n)^2 + 4mn = \dots$
- $\frac{1}{9}$
  - $\frac{2}{9}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{4}{9}$

21. Diketahui persamaan kuadrat  $2x^2 + 3x - 1 = 0$  mempunyai akar-akar  $p$  dan  $q$ . Nilai dari  $\frac{2(p-q)^2}{pq} = \dots$
- A. -9  
B. -7  
C. 7  
D. 9
22. Jika  $x_1$  dan  $x_2$  memenuhi persamaan  $2x = \frac{x-3}{x-2}$  ( $x = 2$ ), maka nilai dari  $x_1 + x_2 = \dots$
- A.  $\frac{1}{3}$   
B.  $\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{3}{2}$   
D.  $\frac{5}{2}$
23. Diketahui  $a$  dan  $b$  adalah akar-akar dari  $3x^2 - px + 2q = 0$ . Jika nilai dari  $a + b = -2$  dan  $ab = \frac{4}{3}$ , maka nilai  $p + q = \dots$
- A. -4  
B. -2  
C. 2  
D. 4
24. Diketahui  $p$  dan  $q$  adalah akar-akar dari persamaan  $4x^2 - ax + 1 = 0$ . Jika  $\frac{p+q}{pq} = 5$  maka nilai  $a^2 - a$  adalah ....
- A. 10  
B. 20  
C. 30  
D. 35
25. Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya 2 lebihnya dari akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 - 8x + 2 = 0$  adalah ....
- A.  $2x^2 - 12x + 22 = 0$   
B.  $2x^2 - 12x + 2 = 0$   
C.  $x^2 - 12x + 22 = 0$   
D.  $x^2 - 12x + 2 = 0$

**II. Jawablah dengan singkat dan jelas!**

1. Selesaikan persamaan-persamaan berikut dengan cara memfaktorkan.
- a.  $9x^2 - 81 = 0$   
b.  $5x^2 - 12x - 4 = 0$   
c.  $2x^2 - 5x - 3 = 0$   
d.  $10x^2 + 13x = 3$
2. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan-persamaan berikut dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.
- a.  $x^2 + 10x + 21 = 0$   
b.  $7x^2 + 13x - 2 = 0$   
c.  $8x^2 + 25x - 7 = 0$
3. Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya adalah sebagai berikut.
- a. -8 dan -3  
b.  $\frac{2}{3}$  dan  $\frac{3}{4}$   
c.  $-\frac{1}{3}$  dan  $\frac{1}{4}$

4. Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya tiga kali akar-akar persamaan kuadrat  $3x^2 - 2x - 8 = 0$ .
5. Tentukan nilai  $p$  agar persamaan kuadrat  $3x^2 - 2px + (2p - 3)$  mempunyai akar sama.
6. Diketahui  $p$  dan  $q$  adalah akar-akar dari persamaan  $5x^2 - x - 2 = 0$ . Tentukan nilai dari:
- a.  $p + q$                       c.  $p^2 + q^2$                       e.  $\frac{1}{2p} + \frac{1}{2q}$
- b.  $pq$                               d.  $p^3 + q^3$                       f.  $\frac{q}{p} + \frac{p}{q}$
7. Diketahui persamaan kuadrat  $2x^2 + (a - 1)x + 2a$ . Tentukan nilai  $a$ , agar kedua akar:
- a. berlawanan,                      c. positif, dan
- b. saling berkebalikan,              d. negatif.
8. Luas sebuah kebun yang kelilingnya 38 m adalah  $84 \text{ m}^2$ . Jika lebar kebun tersebut  $x$  m, maka:
- a. nyatakan panjang kebun dalam  $x$ ;
- b. susun persamaan kuadrat dalam  $x$  kemudian selesaikan; dan
- c. tentukan ukuran panjang dan lebar kebun tersebut.

## Ulangan Tengah Semester 1

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

- Hasil dari  $3\sqrt{72} - \sqrt{50}$  adalah ....
  - $13\sqrt{2}$
  - $11\sqrt{2}$
  - $6\sqrt{5}$
  - $8\sqrt{3}$
- Hasil dari  $25^{\frac{2}{3}} - 8^{\frac{2}{3}}$  adalah ....
  - 121
  - 120
  - 115
  - 111
- Bentuk sederhana dari  $((2^2)^3 3^2)^2$  adalah ....
  - $2^5 3^4$
  - $2^6 3^4$
  - $2^{10} 3^4$
  - $2^{12} 3^4$
- Hasil dari  $\sqrt{40} : \sqrt{15}$  adalah ....
  - $\frac{\sqrt{6}}{3}$
  - $\frac{\sqrt{6}}{2}$
  - $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
  - $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
- Bentuk sederhana dari  $\frac{5}{2\sqrt{3}}$  adalah ....
  - $\frac{5}{3}\sqrt{3}$
  - $\sqrt{3}$
  - $\frac{5}{6}\sqrt{3}$
  - $\frac{5}{9}\sqrt{3}$
- Nilai dari  $\sqrt{75} - \sqrt{48} + \sqrt{27} + 2\sqrt{12} = \dots$ 
  - $16\sqrt{3}$
  - $10\sqrt{3}$
  - $8\sqrt{3}$
  - $4\sqrt{3}$
- Bentuk sederhana dari  $2\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  adalah ....
  - $2\sqrt{6} + \sqrt{2}$
  - $2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$
  - $2\sqrt{6} + 2$
  - $2\sqrt{6} + 4$
- $\sqrt{6 + \sqrt{27}} = \dots$ 
  - $\frac{1}{4}(3\sqrt{2} + \sqrt{6})$
  - $\frac{1}{4}(\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$
  - $\frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{6})$
  - $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$
- Bentuk sederhana dari  $\sqrt{7 + \sqrt{48}}$  adalah ....
  - $2\sqrt{2} + \sqrt{7}$
  - $\sqrt{7} + \sqrt{6}$
  - $\sqrt{5} + \sqrt{2}$
  - $2 + \sqrt{3}$
- Amoeba* akan membelah diri menjadi dua setiap 15 menit. Jika mula-mula ada 30 *Amoeba*, maka banyak *Amoeba* selama 2 jam adalah ....
  - 900
  - 1.800
  - 3.840
  - 7.680



11. Konstanta sebuah pegas dirumuskan dengan  $k = \frac{mg}{x}$ . Jika  $m = 2 \cdot 10^{-2}$  kg,  $g = 10$  m/detik<sup>2</sup>, dan  $x = 4 \cdot 10^{-6}$  m, maka nilai  $k = \dots$
- $5 \cdot 10^{-4}$  kg/detik<sup>2</sup>
  - $5 \cdot 10^{-3}$  kg/detik<sup>2</sup>
  - $5 \cdot 10^3$  kg/detik<sup>2</sup>
  - $5 \cdot 10^4$  kg/detik<sup>2</sup>
12. Besar gaya gravitasi dinyatakan dengan  $F = \frac{GmM}{r^2}$ . Jika nilai  $G = 0,00000006$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>,  $m = 100.000$  kg,  $M = 900.000$  kg, dan  $r = 1.000$  m, maka besar  $F = \dots$
- $6 \times 10^{-4}$  N
  - $6 \times 10^{-3}$  N
  - $5,4 \times 10^{-4}$  N
  - $5,4 \times 10^{-3}$  N
13. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $x^2 - 2x - 24 = 0$  adalah ....
- $\{-4, 6\}$
  - $\{4, -6\}$
  - $\{-4, -6\}$
  - $\{4, 6\}$
14. Nilai  $x$  yang memenuhi persamaan  $(x - 1)x = 3(x^2 - 2)$  adalah ....
- $(-2, 1)$
  - $(2, -1)$
  - $(-2, \frac{3}{2})$
  - $(2, -\frac{3}{2})$
15. Diketahui  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar dari persamaan  $2x^2 + 3x - 35 = 0$ . Nilai dari  $2x_1 \cdot 2x_2$  adalah ....
- $-17\frac{1}{2}$
  - $-35$
  - $-70$
  - $-140$
16. Diketahui persamaan kuadrat  $-x^2 - 2x + 3 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ . Nilai dari  $-2x_1x_2 = \dots$
- $-6$
  - $-3$
  - $3$
  - $6$
17. Jika diskriminan dari persamaan kuadrat  $3x^2 - x - p = 0$  adalah 61, maka nilai dari  $p - 1$  adalah ....
- 5
  - 4
  - 3
  - 2
18. Persamaan kuadrat  $x^2 - ax + a = 0$  mempunyai akar kembar untuk nilai  $a$  sama dengan ....
- $-4$
  - $-2$
  - 2
  - 4
19. Diketahui  $p$  dan  $q$  adalah akar-akar dari persamaan  $4x^2 - ax + 1 = 0$ . Jika  $\frac{p+q}{pq} = 5$ , maka nilai  $a^2 - a$  adalah ....
- 10
  - 20
  - 30
  - 35
20. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan  $-2$  adalah ....
- $x^2 + 7x + 10 = 0$
  - $x^2 + 3x - 10 = 0$
  - $x^2 - 7x + 10 = 0$
  - $x^2 - 3x - 10 = 0$
21. Akar-akar persamaan kuadrat  $2x^2 - 3x - 5 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $3x_1$  dan  $3x_2$  adalah ....
- $2x^2 - 9x - 45 = 0$
  - $2x^2 + 9x - 45 = 0$
  - $2x^2 - 6x - 45 = 0$
  - $2x^2 - 9x - 15 = 0$

22. Akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 - 4x + 3 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $2x_1 + 5$  dan  $2x_2 + 5$  adalah ....
- A.  $x^2 - 2x + 3 = 0$
  - B.  $x^2 - 2x - 3 = 0$
  - C.  $x^2 - 6x - 7 = 0$
  - D.  $x^2 - 18x + 77 = 0$
23. Sebuah taman berbentuk persegipanjang memiliki keliling 104 m dan luas  $640 \text{ m}^2$ . Lebar taman tersebut adalah ... m.
- A. 20
  - B. 24
  - C. 28
  - D. 32
24. Seutas kawat sepanjang 12 cm dipotong menjadi 2 bagian, dengan panjang masing-masing potongan adalah  $x$  dan  $12 - x$ . Setiap potongan kemudian dibentuk menjadi persegi. Nilai  $x$  yang memenuhi agar luas kedua persegi sama dengan  $5 \text{ cm}^2$  adalah ....
- A. 1
  - B. 2
  - C. 3
  - D. 4
25. Sebuah taman berbentuk persegipanjang. Di dalamnya terdapat kolam. Panjang kolam adalah 3 m lebih panjang dari lebarnya dan memiliki luas  $130 \text{ m}^2$ . Di sekeliling kolam ditanami bunga dengan lebar 2 m. Luas taman tersebut adalah ....
- A.  $218 \text{ m}^2$
  - B.  $228 \text{ m}^2$
  - C.  $238 \text{ m}^2$
  - D.  $248 \text{ m}^2$

Bab

III

## Fungsi Kuadrat



Sumber: [https://pixabay.com/p-1648403/?no\\_redirect\\_dumpeh...](https://pixabay.com/p-1648403/?no_redirect_dumpeh...)