

PENERAPAN TEORI GRAF PADA TOPOLOGI MATRIKS JARINGAN DISTRIBUSI RADIAL DALAM MENENTUKAN LOSSES

Zainal Abidin

Jurusan Teknik Elektro, Politeknik Negeri Padang

ABSTRAK

Pada tahun (1735) Euler seorang matematikawan Swiss yang pertama yang berhasil menemukan jawaban masalah Jembatan Konigsberg dengan membuktikan secara sederhana dengan memodelkan masalah ini dengan graf. Untuk pembentukan matriks berbasis pendekatan graf dapat menyelesaikan berbagai persoalan khususnya dalam bidang system kelistrikan hasilnya sangat mengagumkan dengan semua ini tidak terlepas dari peranan komputer sebagai alat hitung dalam memecahkan persoalan.

Hampir seluruh pemodelan pembentukan matriks pada sistem kelistrikan secara tidak langsung memanfaatkan teori graf, graf memanfaatkan adanya node-node dan cabang-cabang pada suatu jaringan, dengan struktur jaringan radial sangat efektif memanfaatkan teori graf dalam menentukan arus injeksi dalam perhitungan losses pada jaringan.

A. PENDAHULUAN

Menurut catatan sejarah karya Euler pada problem Jembatan Konigsberg (1735) yang kemudian berujung pada konsep Graf Eulerian merupakan awal dari lahirnya teori Graf. Meskipun umurnya yang relatif tua, teori graf sebagai cabang matematika telah berkembang sangat pesat akhir-akhir ini, baik dalam segi pengembangan teori maupun aplikasi di berbagai bidang. Faktor yang pemercepat perkembangan ini adalah seiring dengan perkembangan komputer, dimana komputer mempunyai kemampuan dalam mengolah data yang sangat cepat dan penggunaannya sangat efektif didalam masalah optimasi skala besar. Bahkan teori Graf memberikan kontribusi pengembangan ilmu yang sangat besar dalam pemodelan matriks jaringan sistem kelistrikan dengan jumlah node dan cabang yang besar sangat menguntungkan. Dalam tulisan ini menitik beratkan pada penerapan teori Graf dalam struktur jaringan, pembahasan lebih ditekankan pada aplikasi metrical dengan memanfaatkan teori graf untuk memecahkan masalah pada jaringan yang berstruktur topologi radial. Topologi berarti sesuatu bentuk yang dapat diubah tanpa merubah jumlah elemen pembentukannya (misalnya : jumlah cabang, jumlah node dan lan sebagainya).

Dalam teori Graf ada beberapa unsur penting yang merupakan elemen pembentukan graf itu sendiri. Unsur-unsur tersebut adalah :

a. Cabang

Suatu cabang merupakan suatu segmen garis yang menggambarkan suatu elemen jaringan atau kombinasi dari beberapa elemen yang yang terhubung antara dua node. Cabang sering juga disebut sisi dari garaf.

b. Node

Suatu node merupakan suatu titik yang terletak pada tiap ujung dari cabang, atau juga terletak pada suatu cabang terpencil. Pada umumnya suatu cabang menggambarkan lokasi suatu sumber tegangan atau juga elemen lainnya, sedangkan node terletak pada kedua ujungnya

c. Subgraph

Subgraf dari suatu jaringa adalah subset (bagian) dari cabang-cabang dan node-node dari graf. Subgraph dinggap benar jika subgrap tersebut terdiri atas cabang-cabang dan node-node, dimana jumlah cabang dan node graph.

d. Connected Graf

Dua graph dikatakan terhubung jika paling sedikit ada satu litanan antara dua buah node dari kedua graph tadi.

e. Loop

Loop adalah kumpulan dari beberapa cabang-cabang dalam suatu graph yang membentuk suatu lingkaran tertutup.

f. Tree

Suatu tree adalah suatu subgraph yang terhubung oleh semua node dalam graph tersebut tetapi tidak membentuk sutu loop.

B. Topologi Jaringan Radial

Pada umumnya, hampir seluruh jaringan distribusi berstruktur radial. Dibandingkan dengan struktur jaringan yang lainnya, maka struktur jaringan radial memiliki kekhususan, yang dapat dimanfaatkan untuk mempermudah pemecahan masalah-masalah dalam menganalisa jaringan radial. Kekhususan tersebut adalah:

1. Jaringan radial, hanya memiliki satu node sebagai sumber daya, dan untuk selanjutnya kita sebut node nol.
2. Node-node lainya di dalam jaringan merupakan node Beban, berarti bahwa seluruh node dalam system jaringan akan mempunyai injeksi arus negative kecuali pada node nol, injeksi arus positif sebab merupakan satu-satunya sumber daya.

Untuk jaringan Distribusi hantaran udara, pada umumnya saluran relatif pendek-pendek, dan efek kapasitansi saluran dapat diabaikan. Dengan demikian saluran dapat direferensikan sebagai saluran 2 kutub. Untuk jaringan distribusi yang menggunakan kabel tanah, dimana efek kapasitansi harus diperhitungkan, maka jaringan harus direpresentasikan sebagai jaringan 4 kutub. Berdasarkan prinsip transformasi 4 kutub ke 2 kutub, analisa tetap bias dilakukan dengan merepresentasikan jaringan dalam representasi 2 kutub.

Aliran Daya pada Jaringan Radial

Pengertian analisa daya pada jaringan radial dapat didefinisikan sebagai; besarnya aliran daya atau arus yang mengalir pada setiap cabang dari struktur jaringan. Hubungan antara arus injeksi dan arus cabang dalam persamaan matriks:

$$[J] = [T_R] [I] \dots\dots\dots (1)$$

Dimana ;

- [J] = Matriks arus injeksi pada node i
- [TR] = Matriks topologi jaringan
- [I] = Matriks arus cabang

Karena setiap node dalam system merupakan node cabang maka arus injeksi akan berharga negative dan dapat ditulis:

$$K_i = -J_i \dots\dots\dots (2)$$

Dimana;

Ki = arus injeksi negative pada node i

Arus cabang dapat dihitung;

Dengan mensub persaman 1 dan persamaan 2 maka

$$[I] = [T_R]^{-1} [J]$$

$$= -[TR]^{-1} [K]$$

$$= [A] [K] \dots\dots\dots (3)$$

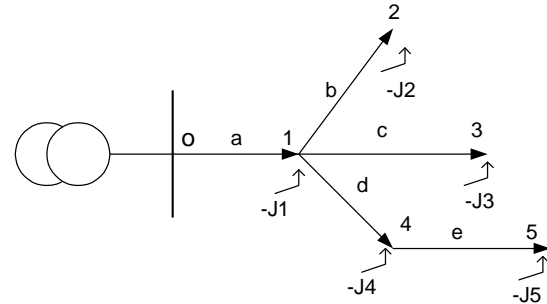
Dimana ;

$$[A] [T_R] = -1 \dots\dots\dots (4)$$

[K] = matriks kolom arus injeksi negative

[A] = matriks topologi invers jaringan radial

[-1] = matriks kesatuan negative



Gambar.3 Topologi Jaringan Radial

Dengan memperhatikan topologi jaringan radial pada gambar_3 dapat dituliskan sekumpulan persamaan sebagai berikut:

$$I_e = -J_5 = K_5$$

$$I_d = I_e - J_4 = J_5 - J_4 = K_5 + K_4$$

$$I_c = -J_3 = K_3$$

$$I_b = -J_2 = K_2$$

$$I_a = -J_1 + I_b + I_c + I_d = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 = K_5$$

Dalam persamaan matriks:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

Dalam bentuk persamaan matriks sederhana:

$$[I] = [A] [K] \dots\dots\dots (6)$$

Matriks [A] disebut sebagai matriks topologi invers jaringan radial .

Dengan memperhatikan persamaan 4 maka matriks [A] dapat diturunkan melalui persamaan;

$$[A] = [-1] [T_R]^{-1} \dots\dots\dots (7)$$

Dengan mengamati persamaan 5 maka matriks [A] dapat diturunkan secara langsung, seperti

halnya Matriks Topolgi [T], dengan ketentuan sebagai berikut:

1. Kebalikan dari matriks topologi [T] maka pada matriks [A], indeks baris berkaitan dengan cabang dan indeks kolom berkaitan dengan node.
2. Elemen matriks [A] bernilai +1, bila arus yang sampai ke node melewati cabang b
3. Elemen matriks [A] bernilai 0, bila ketentuan (2) diatas tidak terpenuhi.

Jatuh tegangan pada setiap cabang :

$$\Delta Va = za.. Ia$$

$$\Delta Vb = zb.. Ib$$

$$\Delta Vc = zc.. Ic$$

$$\Delta Vd = zd.. Id$$

$$\Delta Ve = ze.. Ie$$

Dalam persamaan matriks;

$$[\Delta V] = [z][I] \dots\dots\dots(8)$$

Dengan mensub persamaan 6 ke persamaan 8 maka;

$$[\Delta V] = [z][A][K] \dots\dots\dots(9)$$

Jatuh tegangan total dari node 0 ke node lainnya dalam system

$$\Delta U_1 = \Delta V_a$$

$$\Delta U_2 = \Delta V_a + \Delta V_b$$

$$\Delta U_3 = \Delta V_a + \Delta V_c$$

$$\Delta U_4 = \Delta V_a + \Delta V_d$$

$$\Delta U_5 = \Delta V_a + \Delta V_b + \Delta V_e$$

Dan dalam persamaan matriks;

$$\begin{aligned} [\Delta U] &= [A]^T [\Delta V] \\ &= [A]^T [z][a][K] \dots\dots\dots(10) \\ &= [Z][K] \end{aligned}$$

Dimana

$$[Z] = [A]^T [z][A] \dots\dots\dots(11)$$

Menentukan arus injeksi pada jaringan Radial
Daya injeksi pada node I dapat dituliskan;

$$S_i = V_i \cdot J_i^* \dots\dots\dots(12)$$

Vi = Tegangan pada node i

Ji* = arus injeksi konyugat pada node i

Karena seluruh node pada jaringan radial adalah beban Persamaan arus injeksi dapat ditulis;

$$J_i = \frac{(P_{gi} - P_{bi}) - j(Q_{gi} - Q_{bi})}{V_i^*} \dots\dots\dots(13)$$

Untuk node beban: Pgi = 0 , Qgi = 0 , maka

$$J_i = \frac{-P_{bi} + jQ_{bi}}{V_i^*} \dots\dots\dots(14)$$

Dimana ;

Pgi, Qgi = Daya aktif _ reaktif produksi pada node i

Pbi, Qbi = Daya aktif _ reaktif beban pada node i

Magnitude arus injeksi pada node I dapat dihitung melauai persamaan ;

$$|J_i| = \frac{\sqrt{P_{bi}^2 + Q_{bi}^2}}{|V|_i} \dots\dots\dots(15)$$

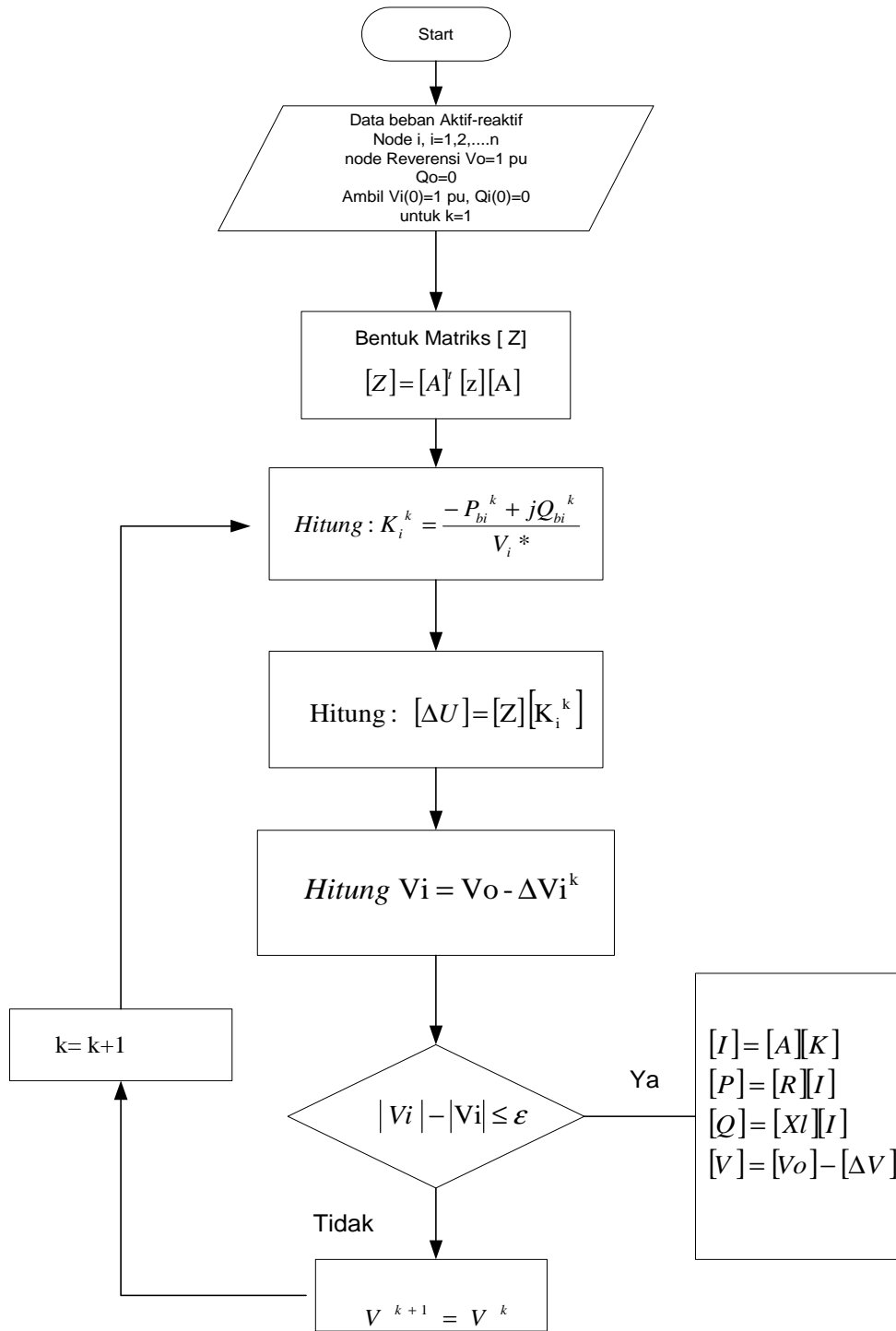
Arus injeksi negative pada node i:

$$K_i = -J_i \dots\dots\dots(16)$$

$$K_i = \frac{P_{bi} - jQ_{bi}}{V_i^*} \dots\dots\dots(17)$$

Dan magnetud arus injeksi pada node i

$$|K_i| = \frac{\sqrt{P_{bi}^2 + Q_{bi}^2}}{|V|_i} \dots\dots\dots(18)$$



Gambar.4 Diagram alur urutan penyelesaian aliran daya

Contoh kasus

Suatu Jaringan distribusi radial 3 fasa 20 kv hantaran udara sebagai seperti diperlihatkan pada gambar_1 dengan susunan penghantar secara horizontal r, s, dan t dengan jarak r-s = s-t = 25

fit penampang penghantar saluran udara A=150 mm² (ACSR), panjang saluran 0-1=5 km, 1-2 = 10 km, 1-3=7 km, dan 3-4=8 km dengan beban node 1= 5MVA, cos φ=0.8,

node 2= 3MVA, cos φ=0.8, node 3= 2MVA, cos φ=0.6, dan node 4= 2MVA, cos φ=0.6 .Lf=0,6 jaringan .

Tentukan :

- a. Arus yang mengalir pada tiap cabang dari jaringan., jatuh tegangan pada tiap cabang.
- b. Rugi-rugi daya aktif dan daya reaktif.

Daya dasar = 5MVA

Tegangan Dasar = 20 KV

Hasil perhitungan dalam (pu)

Saluran (i-j)	Rij (pu)	XL(i-j)(pu)	Z (pu)
0-1	0.01599	0.0295	0.03050
1-2	0.03198	0.0590	0.06098
1-3	0.02239	0.0413	0.04640
3-4	0.02559	0.0472	0.05311

Beban

Node	Pi(pu)=Pib(pu)	Qi(pu)=Qib
1	0.80	0.60
2	0.48	0.36
3	0.24	0.32
4	0.24	0.32

Prosedur Perhitungan

1. $V_{ref} = V_o = 1pu$
 $\theta_o = 0$
 Pada iterasi 1 k=1 $V_i^o = 1pu$
 $\theta_o = 0$
2. Membentuk matriks seperti pada persamaan 5, Matriks [A] sebagai matriks topologi invers jaringan radial

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A'] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Buat matriks Impedansi Z pada saluran

$$[Z] = \begin{bmatrix} 0.0305 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06098 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04540 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05311 \end{bmatrix}$$

4. Menghitung arus injeksi negative pada tiap node ki dengan rumus pendekatan persamaan 18 dengan jatuh tegangan maksimum yang diizinkan 5% dari titik terjauh.

$$K_i = cv \sqrt{P_{bi}^2 + Q_{bi}^2}$$

Dari hasil perhitungan didapat:

$$K_1 = 1.02564$$

$$K_2 = 0.615384$$

$$K_3 = 0.50256$$

$$K_4 = 0.50256$$

5. Menghitung jatuh tegangan total node I ΔU_i dengan persamaan 10 didapat:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \Delta U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.08072 \\ 0.11827 \\ 0.12736 \\ 0.15405 \end{bmatrix} pu$$

6. Prosedur perhitungan aliran daya jaringan radial, sama dengan prosedur perhitungan analisa tenaga, dimana tegangan pada node dapat dihitung dengan menggunakan persamaan dengan tegangan dasar 20 KV didapat :

$$V_i = V_o - \Delta U_i$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.91928 \\ 0.88173 \\ 0.87264 \\ 0.84595 \end{bmatrix} 20 KV$$

7. Arus yang mengalir pada tiap cabang dari jaringan, melalui persamaan 8 dengan Arus Dasar 144.338 A didapat:

$$\begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ I_{o3} \\ I_{o4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.6461 \\ 0.61538 \\ 1.00512 \\ 0.50256 \end{bmatrix} 144.338$$

8. Rugi daya aktif jaringan $P_{(i-j)}$ dengan Daya Dasar 5 MVA maka dihitung dengan rumusan dasar

$$[P_{(i-j)}] = [R_{(ij)}] [I(i-j)]^2$$

Sehingga didapat :

$$\begin{bmatrix} P_{01} \\ P_{12} \\ P_{13} \\ P_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.11196 \\ 0.01211 \\ 0.02262 \\ 0.00646 \end{bmatrix} 5MVA$$

9. Rugi Daya Reaktif Jaringan $Q_{(i-j)}$ dengan Daya Dasar 5MV dapat ditentukan dengan rumusan $[Q(i-j)] = [X_L][I(i-j)]^2$ Sehingga didapat :

$$\begin{bmatrix} Q_{01} \\ Q_{12} \\ Q_{13} \\ Q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.20656 \\ 0.02234 \\ 0.04172 \\ 0.0596 \end{bmatrix} 5MVA$$

Kesimpulan

Pada pembentukan Matriks [A]

- Seluruh elemen diagonal bernilai 1
- Seluruh elemen dibawa diagonal bernilai 0
- Elemen-elemen diatas diagonal bernilai satu atau nol.
- Dengan teori graf memasukkan pengaruh efek kapasitansi cukup menambahkan arus injeksi pada setiap node dari jaringan.

Daftar Pustaka

1. Yusra Sabri " Perencanaan Distribusi system Tenaga Listrik" ITB 1991
2. Erwin Kreywszig " Advance Engineering Matehematics" 1988
3. Turan Gonen " Electric Power Distribution System Engineering" Universety "of Missori ot Colombia 1986
4. William H. Kersting" *Distribution system Moddeling and*

Analysis"Includes bibliographical referencesand indes. ISBN 0-8493-0812-7./ 2001

5. Richard E. Brown" Electric Power Distribution Reliability" ABB Raleigh, North Carolina 2002.
6. Roy Billintion and RonaldN. Allan "Reliability Evaluation of power Syestems "university of saskatchewan ollege of Engineering Saskatoon, Saskatchewan, Canada . University of Manchester Institute of Science and Tecnologi Manchester, Englan.1994.
7. James j. Burke " *power Distribution Engineering Fundamental and Applications*" dapartemen of Electrical Engineering The Ohio State University Columbus, Ohio 2000.
8. IEEE " *Recommended Practite for the Desing of Reliable Industrial and Commercial Power Syestems*" (ANSI) IEEE Std 493-1990
9. A.A Chondhury and D.O.Koval" *Value-based distribution Syestem realibility planning.*' IEEE Trans. Ind.Applcat, vol.34,pp.23-29 jan1998.
10. R.E Brown and T.M, Taylor, " *Modeling the impact of substations an distribution reliability.* " IEEE Power system. Vol 14,pp 260-265, Jan 2002