

Program Animasi untuk Struktur Dengan Penampang Berubah Linier

Jhon Malta^{1*}, Mulyadi Bur¹, Fauzi Asrul²

¹Staf Pengajar, Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Andalas,
Kampus Limau Manis Padang, 25163, Indonesia

²Alumni, Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Andalas
Kampus Limau Manis Padang, 25163, Indonesia

*Corresponding Author, E-mail: jhonmalta@ft.unand.ac.id

Abstrak

Pada tulisan ini dijelaskan tentang program simulasi getaran yang dikembangkan untuk struktur dengan penampang yang berubah secara linier. Hasil dari program simulasi ini berupa frekuensi pribadi struktur, grafik FRF (*Frequency Response Function*), dan animasi modus getar untuk struktur balok, struktur frame dua dimensi dan tiga dimensi. Khusus untuk animasi struktur balok, perubahan penampang secara linier diperlihatkan secara jelas dengan gerakan animasi yang dapat dipilih untuk setiap modus getarnya. Dengan tampilan animasi yang lebih interaktif, maka proses pembelajaran bidang getaran dapat dibuat menjadi lebih menarik.

Pada program simulasi yang dikembangkan di sini, untuk penghitungan frekuensi pribadi struktur balok dengan penampang seragam, hasilnya dibandingkan antara metode numerik yang didekati dengan penggunaan metode elemen hingga dengan hasil secara teoritis. Hasil yang diperoleh sangat memuaskan, di mana frekuensi pribadi yang dihitung dengan cara numerik hampir sama dengan hasil yang diperoleh secara teoritis meskipun pada pemodelan numerik menggunakan sejumlah elemen yang terbatas. Sebagai contoh untuk kasus struktur balok seragam dengan tumpuan jepit pada kedua ujungnya, perbandingan antara hasil frekuensi pribadi yang dihitung secara teoritis dan hasil penghitungan secara numerik (balok didekati dengan 10 elemen seragam) memiliki perbedaan hasil maksimum 0.5% untuk 5 frekuensi pribadi terendah. Meskipun demikian, untuk kasus struktur dengan penampang yang berubah secara linier sepanjang batangnya, pendekatan struktur sebagai elemen-elemen batang dengan penampang seragam memberikan hasil yang kurang memuaskan jika menggunakan pendekatan dengan jumlah elemen yang sama. Ketebalan penampang yang digunakan untuk masing-masing elemen adalah ketebalan rata-rata dari tiap-tiap elemen balok dengan penampang berubah linier. Berdasarkan hasil studi banding penghitungan frekuensi pribadi untuk kasus balok berubah linier diperoleh bahwa penggunaan pemodelan batang yang didekati dengan elemen dengan penampang berubah linier memberikan hasil yang lebih baik jika dibandingkan hasil yang diperoleh dengan pendekatan elemen penampang konstan untuk jumlah elemen yang sama.

Keywords : animasi getaran, struktur penampang berubah linier, frekuensi pribadi, modus getar

1. PENDAHULUAN

Pola-pola getaran suatu sistem dinamik dapat dilihat dari sifat khas yang dimiliki sistem berupa modus getar. Getaran sistem tersebut dapat diamati secara visual melalui animasi modus getar sistem. Animasi modus getar tersebut dapat dilakukan dengan bantuan program komputasi. Berbagai penelitian untuk menghitung modus getar sistem pun telah banyak dilakukan. Penelitian tersebut didasarkan pada jawab dari masalah *eigen* dalam bentuk *eigenvalue* dan *eigenvector*.

Pada penelitian-penelitian sebelumnya telah disusun beberapa program komputasi animasi modus getar struktur, antara lain: Amin [1], di mana program komputasi disusun untuk struktur rangka dengan

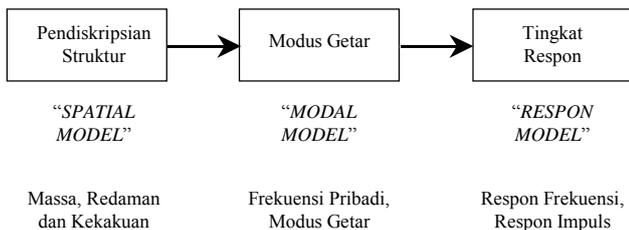
menggunakan perangkat lunak Fortran Power Station. Animasi modus getar ditampilkan dalam bentuk elemen garis dengan beberapa pola gerakan berulang. Selanjutnya Tanti, et al [2], mengembangkan program komputasi animasi getaran yang disusun dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB. Animasi getaran dilakukan pada sistem konservatif dan struktur rangka berupa struktur balok kantilever. Pada program animasi tersebut, tampilan input data dilakukan secara interaktif sehingga dihasilkan program animasi yang lebih menarik. Meskipun demikian program yang disusun oleh penulis [1] dan [2] tersebut hanya dapat digunakan untuk struktur dengan penampang konstan. Untuk penampang struktur yang berubah secara linier, model struktur didekati dengan elemen-elemen yang berpenampang

konstan. Hanya saja dibutuhkan jumlah elemen yang cukup banyak untuk mengkompensasi perubahan penampang struktur.

Dalam makalah ini dikembangkan sebuah program animasi dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk struktur balok, struktur frame dua dimensi dan tiga dimensi yang memiliki penampang berubah linier. Matriks kekakuan dan matriks massa dari sistem diturunkan berdasarkan metode elemen hingga dengan modifikasi untuk elemen dengan penampang yang berubah linier. Dengan pengembangan ini, jumlah elemen yang digunakan dapat direduksi sehingga dapat mempersingkat waktu komputasi dan dengan tampilan animasi yang lebih interaktif, maka proses pembelajaran bidang getaran dapat dibuat menjadi lebih menarik.

2. DASAR TEORI

Jawab dinamik dari struktur mekanik akibat suatu pembebanan dinamik dapat diperoleh dengan analisis getaran secara numerik maupun secara eksperimen. Secara numerik, analisis getaran dapat dilakukan dalam tiga fase seperti diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1 Fase-fase dalam analisis getaran [3]

Fase pertama dimulai dengan menentukan sifat-sifat fisik struktur yaitu massa, kekakuan, dan redaman, yang disebut sebagai *spatial model*. Pada fase kedua dilakukan analisis modal terhadap *spatial model* yang diperoleh dengan tujuan mendapatkan gambaran pola getar struktur dalam satu set modus getar yang disebut sebagai *modal model*. Model ini terdiri dari satu set frekuensi pribadi dan modus getar dengan faktor redaman yang sesuai (*modal properties*). Pada fase ketiga yaitu analisis respon struktur dalam kondisi tereksitasi dan besar amplitudo yang dihasilkan. Analisis respon struktur terhadap suatu eksitasi dapat digambarkan dengan menggunakan *respon model* yang terdiri dari sebuah matriks tunggal yaitu matriks respon frekuensi $[H(\omega)]$. Jika fase ketiga ini dibandingkan dengan *modal properties* yang diperoleh pada fase kedua, maka terlihat bahwa elemen-elemen dari matriks respon frekuensi ini bukanlah suatu konstanta tetapi merupakan fungsi frekuensi sehingga setiap elemen

memiliki *Frequency Response Function* (FRF) tertentu.

2.1 Penyusunan Spatial Model

Dari *spatial model* dapat disusun persamaan diferensial gerak dari komponen-komponen penyusun struktur rangka yang terdiri atas massa, kekakuan dan redaman yang dinyatakan dalam bentuk matriks. Penyelesaian persamaan gerak tersebut akan diperoleh jawab sistem pada berbagai kondisi pembebanan yang terjadi.

Prosedur penyusunan persamaan diferensial gerak struktur rangka didasarkan pada Metode Elemen Hingga [4], di mana dilakukan pendiskritan elemen, sehingga struktur yang semula merupakan struktur kontinu diuraikan menjadi beberapa elemen yang jumlahnya berhingga. Dalam pembentukan matriks massa dan kekakuan struktur membutuhkan dua sistem koordinat yang berbeda, yaitu :

- Sistem koordinat lokal, di mana setiap elemen mempunyai orientasi yang berbeda-beda sesuai dengan posisi elemen masing-masing.
- Sistem koordinat global, yang merupakan sistem koordinat struktur keseluruhan.

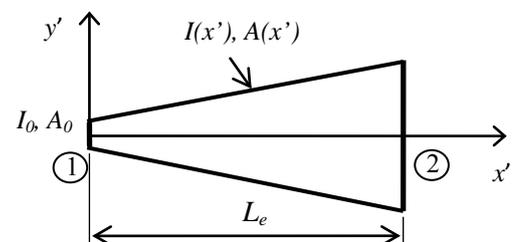
Untuk penyusunan matriks massa dan matriks kekakuan struktur rangka yang lebih lengkap dapat dilihat pada referensi [4] dan [5].

2.2. Penampang Tak Seragam

Jika penampang suatu struktur bervariasi terhadap panjang batangnya, maka akan menyebabkan:

- luas penampang berubah, $A(x')$.
- momen inersia penampang berubah, $I(x')$.

Untuk suatu struktur dengan penampang yang berubah secara linier dapat didekati dengan elemen yang penampangnya juga berubah menurut fungsi linier terhadap panjang elemen. Luas penampang dan momen inersia elemen batang pada panjang tertentu ditentukan dari dimensi awal dan dimensi akhir batang. Secara umum, perubahan penampang dari setiap elemen dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Elemen balok dengan penampang berubah linear

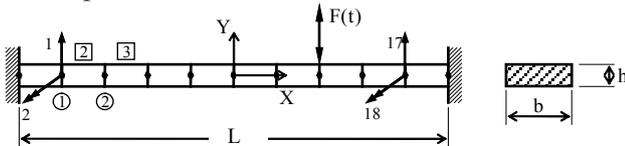
Pada Gambar 2 tersebut terlihat bahwa elemen balok dengan panjang L berada pada sumbu koordinat lokal $x'-y'$. Pada penampang elemen bagian

kiri (nodal 1) memiliki luas penampang A_0 dan momen inersia penampang I_0 . Untuk luas penampang dan momen inersia penampang sepanjang elemen memiliki nilai berupa variabel dengan fungsi x' yaitu $A(x')$ dan $I(x')$.

3. SIMULASI DAN DISKUSI

3.1. Balok dengan Penampang Konstan

Model struktur yang dianalisis adalah balok dengan penampang seragam dengan panjang L dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Model balok diskrit dengan penampang konstan [6]

Untuk analisis getaran dibutuhkan data-data geometri dan data-data material struktur balok, seperti panjang balok L , penampang balok dengan tebal h dan lebar b , dan modulus elastisitas E . Data-data geometri struktur balok:

$$L = 1240 \text{ mm}$$

$$b = 37 \text{ mm}$$

$$h = 7 \text{ mm}$$

Material balok adalah baja dengan $E = 210 \text{ G Pa}$ dengan massa jenis baja $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

Data-data geometri struktur balok di atas dimasukkan ke dalam program dengan menggunakan metode input data langsung. Selanjutnya struktur balok didiskritisasi menjadi 10 elemen sehingga dihasilkan 11 nodal elemen. Balok ditumpu dengan tumpuan jepit pada nodal 1 dan nodal 11. Pada struktur balok, setiap nodal memiliki dua derajat kebebasan berupa perpindahan translasi dan perpindahan rotasi. Penggunaan tumpuan jepit ini akan mengurangi empat derajat kebebasan struktur sehingga secara total model struktur tersebut memiliki 18 derajat kebebasan.

Studi kasus balok jepit-jepit dengan penampang persegi empat seragam yang disimulasikan ini telah diteliti sebelumnya oleh Malta [6] secara eksak melalui persamaan diferensial orde ke-4 dan dengan pengujian secara eksperimental. Frekuensi pribadi struktur balok yang diperoleh dengan metode-metode di atas dicantumkan pada Tabel 1.

Pada Tabel 1 terlihat bahwa nilai frekuensi pribadi yang diperoleh dari ketiga metode tersebut hampir sama, terutama pada modus getar terendah. Nilai frekuensi pribadi pada program simulasi getaran dan secara teoritis menunjukkan perbedaan yang sangat kecil. Secara umum terlihat bahwa dengan bertambahnya modus getar maka akan terjadi

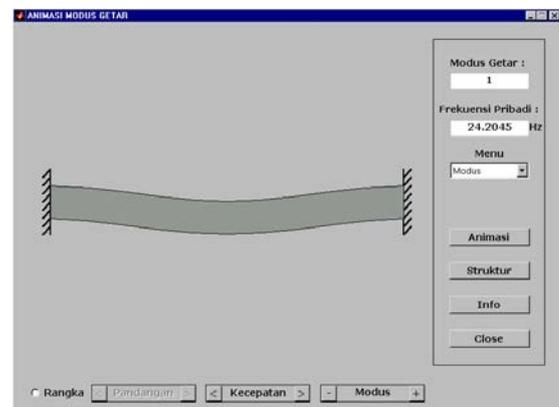
pertambahan penyimpangan frekuensi pribadi yang semakin besar. Perbedaan ini dapat direduksi dengan memperbanyak jumlah elemen diskrit yang digunakan pada program simulasi.

Tabel 1 Perbandingan frekuensi pribadi struktur balok penampang seragam

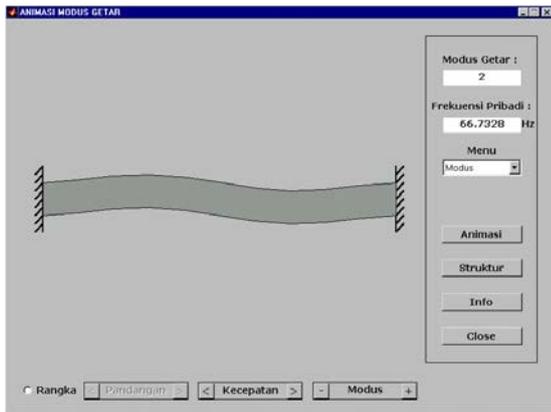
Frekuensi pribadi ke-	Simulasi [Hz]	Teoritis [Hz] ^[6]	Pengujian [Hz] ^[6]
1	24.20	24.20	24.00
2	66.73	66.72	64.00
3	130.91	130.81	124.00
4	216.74	216.21	200.80
5	324.72	322.96	304.40

Perbedaan hasil yang diperoleh dari penghitungan numerik dengan hasil pengujian dapat disebabkan oleh kondisi dari struktur uji tersebut. Pada simulasi numerik digunakan beberapa asumsi seperti material homogen, penampang batang seragam sempurna, dan kondisi jepit yang dianggap ideal. Namun keadaan di lapangan tidak persis sama dengan asumsi yang digunakan seperti kondisi jepit yang tidak ideal dan pengabaian massa accelerometer.

Selanjutnya berdasarkan simulasi program dapat ditampilkan berbagai modus getar struktur seperti terlihat pada Gambar 4 dan 5. Pada animasi modus getar struktur balok ini dapat dilihat bahwa kualitas animasi yang dihasilkan tergantung pada jumlah elemen yang digunakan. Bentuk animasi terlihat kurang mulus (*smooth*) terutama pada modus getar tertinggi karena jumlah elemen yang digunakan relatif sedikit yaitu sebanyak 10 elemen. Kualitas animasi tersebut dapat ditingkatkan dengan memperbanyak jumlah elemen yang digunakan tetapi akan menyebabkan waktu komputasi menjadi lebih lama.

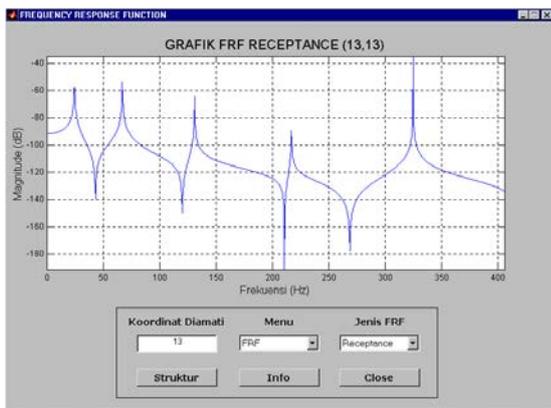


Gambar 4 Modus getar ke-1 pada struktur balok penampang seragam dengan tumpuan jepit-jepit



Gambar 5 Modus getar ke-2 pada struktur balok penampang seragam dengan tumpuan jepit-jepit

Grafik FRF *Receptance* struktur balok dapat dilihat pada Gambar 6. Pada gambar ini, terlihat lima buah puncak amplitudo struktur yang berada pada rentang 0 sampai 400 Hz dari grafik FRF *Receptance*. Pada puncak-puncak grafik ini dapat diamati terjadinya puncak amplitudo getaran pada saat frekuensi gangguan sama dengan frekuensi pribadi sistem.



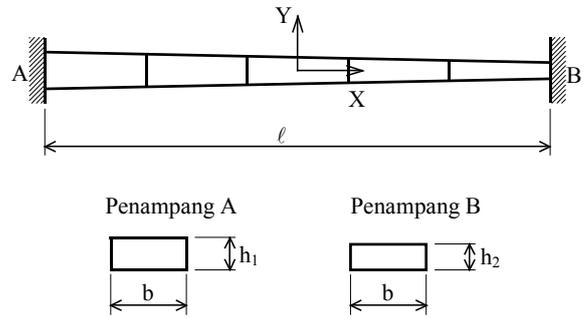
Gambar 6 Point FRF koordinat 13 pada struktur balok penampang seragam dengan tumpuan jepit-jepit

3.2. Balok dengan Penampang Berubah Linier

Pada bagian ini dianalisis jumlah elemen diskrit minimum yang dibutuhkan untuk penghitungan frekuensi pribadi struktur dengan penampang berubah linier. Pada analisis ini divariasikan jumlah elemen diskrit yang digunakan sampai diperoleh frekuensi pribadi struktur yang konvergen dengan penyimpangan kurang dari 1 persen. Model struktur balok penampang berubah linier dengan jumlah elemen sebanyak 5 buah elemen dapat dilihat pada Gambar 7.

Data-data geometri struktur dan data-data material yang digunakan sama dengan kasus pada subbab 3.1. Ketebalan penampang pada kedua ujung batang adalah $h_1 = 10$ mm dan $h_2 = 4$ mm. Jumlah elemen diskrit divariasikan dari 2 elemen sampai 10

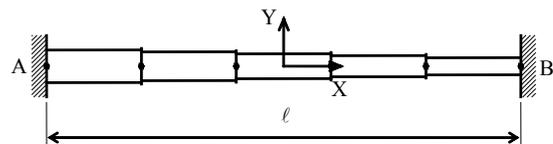
elemen. Frekuensi pribadi struktur dicantumkan dalam Tabel 2. Pada tabel ini juga diberikan nilai penyimpangan frekuensi pribadi (δ) yang dihitung terhadap frekuensi pribadi yang diperoleh dengan pendekatan jumlah elemen sebelumnya.



Gambar 7 Kasus balok penampang berubah linier dimodelkan dengan 5 elemen yang berpenampang berubah linier

Dari Tabel 2 dapat terlihat terjadinya proses konvergensi nilai frekuensi pribadi dengan bertambahnya jumlah elemen. Berdasarkan kriteria penyimpangan frekuensi pribadi yang telah ditetapkan sebelumnya, maka jumlah elemen diskrit minimum yang digunakan adalah sebanyak 6 elemen di mana diperoleh frekuensi pribadi ke-1 dan ke-2 berturut-turut sebesar 23.17 Hz dan 63.98 Hz. Waktu komputasi yang dibutuhkan untuk penghitungan frekuensi pribadi pada jumlah elemen ini adalah 13.73 detik. (Catatan: besaran waktu komputasi sangat relatif dan tergantung kepada kecepatan komputer).

Berdasarkan frekuensi pribadi yang diperoleh pada jumlah elemen minimum ini, maka selanjutnya dibandingkan frekuensi pribadi struktur balok dengan menggunakan pendekatan sejumlah elemen dengan penampang konstan. Ketebalan penampang yang digunakan untuk masing-masing elemen adalah ketebalan rata-rata dari tiap-tiap elemen balok dengan penampang berubah linier pada jumlah elemen yang sama. Data-data struktur yang lain sama seperti pada kasus balok dengan penampang seragam pada Subbab 3.1. Model struktur balok pada kasus ini dengan jumlah elemen sebanyak 5 buah elemen dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8 Model balok dengan penampang berubah linier pada Gambar 7 yang dimodelkan dengan pendekatan 5 elemen dengan penampang konstan

Tabel 2 Perbandingan frekuensi pribadi struktur balok dengan jumlah elemen bervariasi

Jumlah Elemen	fn ke-1 [Hz]	delta 1 [%]	fn ke-2 [Hz]	delta 2 [%]
2	25.77	-	91.90	-
3	23.74	8.55	69.22	32.76
4	23.34	1.71	65.34	5.93
5	23.22	0.53	64.35	1.55
6	23.17	0.20	63.98	0.58
7	23.15	0.09	63.81	0.26
8	23.14	0.05	63.73	0.13
9	23.13	0.02	63.69	0.06
10	23.13	0.01	63.67	0.04

Pada uji perbandingan dengan contoh model seperti yang terlihat pada Gambar 8 tersebut, dengan cara yang sama digunakan variasi jumlah elemen penampang konstan dari 6 elemen sampai 24 elemen dengan peningkatan sebesar 3 elemen. Frekuensi pribadi struktur, penyimpangan frekuensi pribadi terhadap struktur penampang berubah linier (error) dan waktu komputasi ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3 Perbandingan frekuensi pribadi struktur balok dengan pendekatan sejumlah elemen dengan penampang konstan

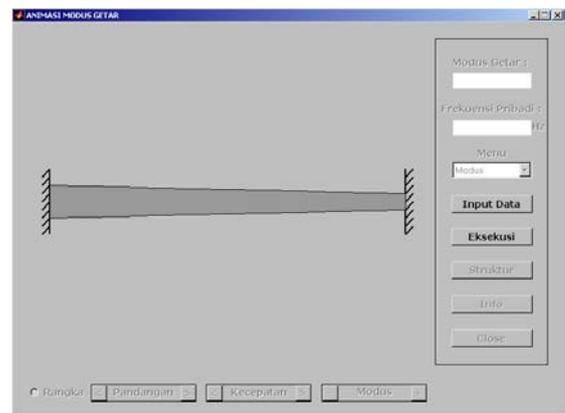
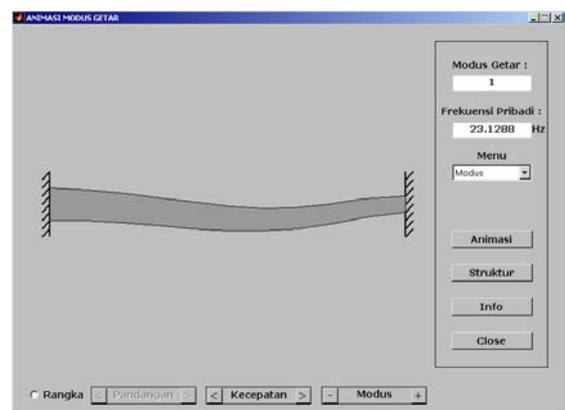
Jumlah Elemen	fn ke-1 [Hz]	Error 1 [%]	fn ke-2 [Hz]	Error 2 [%]	Waktu Komputasi
6	23.73	2.42	64.69	1.11	14.50
9	23.62	1.94	64.42	0.69	23.07
12	23.55	1.64	64.31	0.52	30.87
15	23.53	1.55	64.24	0.41	38.56
18	23.52	1.51	64.20	0.34	47.45
21	23.50	1.42	64.17	0.30	55.58
24	23.50	1.42	64.15	0.27	66.02

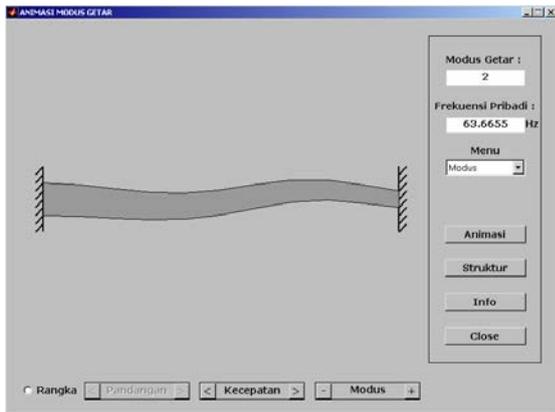
Pada Tabel 3 terlihat bahwa frekuensi pribadi ke-1 tidak persis sama dengan frekuensi pribadi pada struktur dengan penampang berubah linier. Penyimpangan minimum (error 1) terjadi pada simulasi dengan jumlah elemen sebanyak 21 dan 24 elemen dengan waktu komputasi minimum sebesar 55.58 detik. Penyimpangan frekuensi pribadi ke-2 (error 2) bernilai cukup kecil pada simulasi jumlah elemen sebanyak 9 elemen yaitu kurang dari 1 persen.

Untuk memperoleh frekuensi yang sesuai dengan struktur balok dengan penampang berubah linier maka jumlah elemen yang digunakan pada struktur dengan pendekatan sejumlah penampang seragam ini harus lebih banyak. Hal ini akan menyebabkan waktu

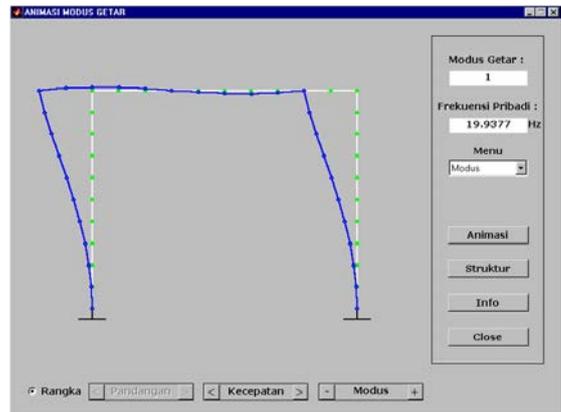
komputasi yang dibutuhkan jauh lebih besar dari waktu komputasi pada struktur penampang berubah linier. Pada jumlah elemen sebanyak 24 elemen dibutuhkan waktu komputasi 4.8 kali lebih lama dari waktu komputasi pada penampang berubah linier.

Dari simulasi program dapat ditampilkan berbagai modus getar dari struktur balok dengan penampang yang berubah linier seperti terlihat pada Gambar 9-12. Hal yang sama dengan pembahasan sebelumnya bahwa pada animasi modus getar struktur balok dengan penampang yang berubah linier, kualitas animasi yang dihasilkan tergantung pada jumlah elemen yang digunakan. Kualitas animasi akan semakin baik jika jumlah elemen yang digunakan diperbanyak tetapi akan menyebabkan waktu komputasi menjadi lebih lama. Sedangkan untuk grafik FRF *Receptance* struktur balok dengan penampang yang berubah linier ditampilkan pada Gambar 12. Pada gambar ini ditampilkan lima frekuensi pribadi struktur yang berada pada rentang 0 sampai 400 Hz dari grafik FRF *Receptance*.

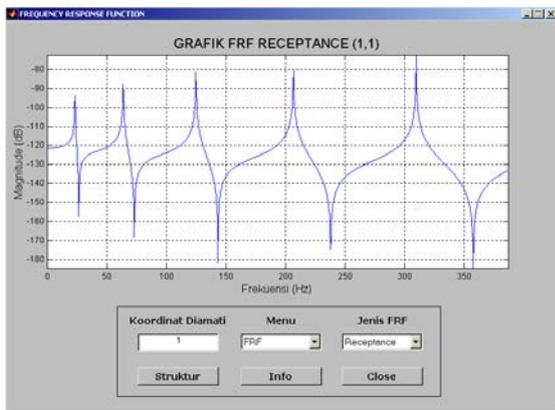
**Gambar 9** Tampilan struktur awal balok dengan penampang berubah linier**Gambar 10** Modus getar ke-1 pada struktur balok dengan penampang berubah linier



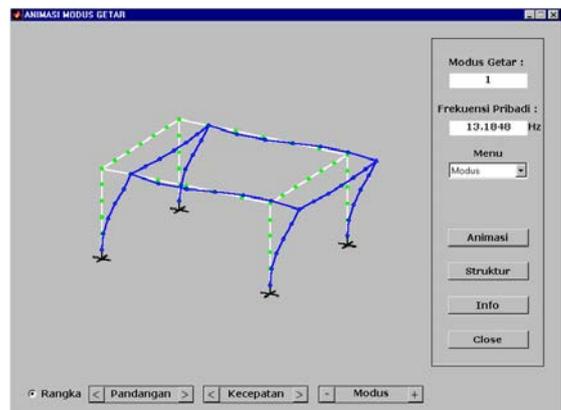
Gambar 11 Modus getar ke-2 pada struktur balok dengan penampang berubah linier



Gambar 13 Modus getar ke-1 pada struktur frame bidang



Gambar 12 Point FRF koordinat 1 pada struktur balok penampang berubah linier



Gambar 14 Modus getar ke-1 pada struktur frame ruang

3.3. Struktur Frame Bidang dan Ruang

Program komputasi untuk animasi struktur ini juga dikembangkan untuk struktur frame bidang maupun frame ruang. Jika program ini dijalankan dengan cara yang sama seperti pada model-model sebelumnya, maka akan diperoleh tampilan animasi seperti yang diperlihatkan pada Gambar 13 dan 14. Meskipun program untuk struktur frame bidang dan frame ruang ini mencakup struktur dengan penampang berubah linier, tetapi dalam tampilan animasi masih berupa elemen-elemen garis. Kekurangan dari program ini akan disempurnakan pada penelitian berikutnya.

4. KESIMPULAN

Dari simulasi getaran yang telah dilakukan pada makalah ini dapat disimpulkan dalam dua hal yaitu: Bidang Mekanika Numerik:

- Program komputasi untuk penghitungan frekuensi pribadi kasus balok dengan penampang yang berubah linier, penggunaan pemodelan batang yang didekati elemen dengan penampang berubah linier memberikan hasil yang lebih baik jika dibandingkan hasil yang diperoleh dengan pendekatan elemen penampang konstan untuk jumlah elemen diskrit yang sama.
- Keuntungan dalam analisis struktur balok yang penampangnya berubah linier dengan penggunaan elemen diskrit dengan penampang berubah linier adalah jumlah elemen diskrit yang dibutuhkan untuk analisis frekuensi pribadinya rata-rata hanya sekitar seperempat kali dari jumlah elemen diskrit pada struktur balok yang sama dengan pendekatan penampang seragam.

Bidang Pembelajaran Teknik Mesin:

- Program simulasi getaran dapat digunakan untuk memperlihatkan beberapa fenomena getaran dengan sangat baik, khususnya untuk menampilkan frekuensi pribadi, bentuk animasi modus getar, dan FRF dari suatu struktur.
- Dengan adanya program animasi getaran yang interaktif diharapkan dapat meningkatkan pemahaman mahasiswa dalam mempelajari fenomena getaran.

5. REFERENSI

1. Amin, M., *Animasi Modus Getar Struktur Mekanik*, Tugas Akhir Program Sarjana, Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Andalas, Padang, 2000.
2. Tanti, N.; Abidin, Z., *Pembuatan Program Simulasi Getaran dengan Menggunakan Perangkat Lunak MATLAB*, Proceeding of Experimental Theoretical Mechanics (ETM), Institut Teknologi Bandung, 2001.
3. Ewins, D. J., *Modal Testing: Teory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., Taunton, England, 1984.
4. Bur, M., *Dinamische Analyse Linearer und Nichtlinearer Strukturen Anhand Theoretischer und Versuchtechnischer Untersuchungen*, Dissertation, RWTH Aachen, Germany, 1994.
5. Paz, M., *Structural Dynamics*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1980.
6. Malta, J.; Bur, M., 2003, *Kaji Teoritik dan Eksperimental Frekuensi Pribadi Sistem Balok pada Kondisi Jepit-jepit*, Jurnal Penelitian Andalas, 15 (40) 2003, pp.37-46.