

## JURNAL MATEMATIKA UNAND

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas

Kampus UNAND Limau Manis Padang 25163

Telp. 0751-73224, Hp. 0852-64652866

<http://jmua.fmipa.unand.ac.id>

---

### DAFTAR ISI VOLUME VI No 4

NO	PENULIS	JUDUL	HAL
1	Abdul Zaky	Algoritma Dijkstra: Teori Dan Aplikasinya	1 – 8
2	Alfi Khairiati, <b>Susila Bahri, Nova Noliza Bakar</b>	Penyelesaian Persamaan Panas Untuk Cincin Lingkar Tipis Dengan Metode Pemisahan Variabel	9 – 16
3	Bunda Bendang Sari	Bilangan <i>Rainbow Connection</i> Graf Garis dari Graf Kincir $Wd_{3,n}$ Dan $Wd_{4,n}$	17 – 21
4	Claudia Putri Zoelanda, <b>Narwen, Dodi Devianto</b>	Model Premi Tidak Konstan pada Asuransi Dana Pensiun Berdasarkan Asumsi Besar Gaji Terakhir	22 – 28
5	Dila Mulya, <b>Yudiantri Asdi, Ferra Yanuar</b>	Penerapan Metode <i>Holt Winter</i> dan Seasonal ARIMA Pada Peramalan Perkembangan Wisatawan Mancanegara yang Datang ke Indonesia	29 – 36
6	Eka Fermantika	Penentuan Kelas Ramsey Minimal Untuk $3K_2$ dan $K_{1,3}$	37 – 42
7	Elita Rahma Putri, <b>Maiyastri, Hazmira Yoza</b>	Pengelompokan Bank di Indonesia Berdasarkan Indikator Rasio Keuangan Dengan Analisis Gerombol	43 – 50
8	Eliza Yulistya Utami, <b>Haripamyu, Jenizon</b>	Euclidis Lokal Pada Ruang Proyektif Riil	51 – 55
9	Finti Warni	Penentuan Cadangan Asuransi Jiwa Berjangka Pada Status Hidup Gabungan Menggunakan Metode <i>Premium Sufficiency</i>	56 - 63
10	Fitria Sarah, <b>Dodi Devianto, Bukti Ginting</b>	Pemilihan Distributor Oleh CV Sinar Matahari Pariaman Menggunakan Metode <i>Analytical Hierarchy Process</i> dan <i>Goal Programming</i>	64 - 71
11	Gandung Catur Wicaksono	Himpunan Lembut Kabur Hesitant Diperumum dan Aplikasinya Dalam Pengambilan Keputusan	72 – 79
12	Hari Samadi, <b>Yudiantri Asdi, Efendi</b>	Penerapan Model Regresi Spasial Dalam Menentukan Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Sumatera Barat	80 – 89

13	Iqbal Do Armen, <b>Maiyastri, Rahmat Syahni</b>	Analisis Korelasi Kanonik untuk Melihat Hubungan Perilaku Pemimpin dan Motivasi Kerja Karyawan (Studi Kasus KFC Cabang Ahmad Yani Padang)	90 – 96
14	Melda Yanti, <b>Mahdhivan Syafwan, Haripamyu</b>	Penyelesaian Persamaan Sine-Gordon dengan Menggunakan Transformasi Arctan	97 – 101
15	Meldi Wulandari, <b>Susila Bahri, Nova Noliza Bakar</b>	Aplikasi Matriks Terhadap Perkawinan Suku di Minangkabau	102 – 108
16	Mike Novalina Syafira, <b>Yanita, Monika Rianti Helmi</b>	Hasil Kali Kronecker Simetri	109 - 115
17	Nelfita Susanti, <b>Narwen, Dodi Devianto</b>	Pengaruh Perubahan Suku Bunga Terhadap Perhitungan Premi Netto Tahunan Asuransi Kesehatan Dalam Status Hidup Gabungan	116 – 123
18	Puspa Amelia	Pelabelan Total $(a,d)$ -Sisi Anti Ajaib Super pada Graf Tangga dan Graf Kipas Diperumum	124 – 129
19	Radhiatul Adawiyah, <b>Ferra Yanuar, Yudiantri Asdi</b>	Penerapan Metode Regresi Nonparametrik <i>Spline Truncated</i> Pada Kasus Pertumbuhan Balita Di Posyandu Kenagarian Padang Gelugur Kabupaten Pasaman Provinsi Sumatera Barat	130 – 137
20	Rahma Fitri Y	Penghitungan Invers Moore-Penrose dengan Eliminasi Gauss-Jordan	138 – 145
21	Rahmi Alkhairi	Pembuktian Bentuk Tutup Rumus Beda Pusat Untuk Turunan Kedua Berdasarkan Deret Taylor	146 – 153
22	Refnita, <b>Yanita, Admi Nazra</b>	Subgrup Lattice Dari Grup Simetri $S_4$	154 – 160
23	Rendy Ahdillah, <b>Haripamyu, Yanita</b>	Eksistensi Generalisasi $\{1,2,3\}$ -Invers dan $\{1,2,4\}$ -Invers	161 – 168
24	Rezanita Zefira, <b>Yanita, Monika Rianti Helmi</b>	Hubungan Antara Operator Vektor Dan Permutasi Vektor Dengan Hasil Kali Kronecker	169 – 173
25	Ridanofyola, <b>Narwen, Dodi Devianto</b>	Penentuan Cadangan Premi Untuk Asuransi <i>Joint Life</i> Dengan Menggunakan Metode Zillmer	174 – 181
26	Silfia Suciana	Kriteria Kestabilan Asimtotik Sistem Linier Kontinu Positif	182 – 188
27	Suci Wulandari	Pemodelan dan Analisis Kestabilan Penyebaran Virus Komputer	189 – 196
28	Tiara Jailani, <b>Ahmad Iqbal Baqi</b>	Penerapan Hukum Mortalitas Makeham dan De Moivre Dalam Penentuan Cadangan Asuransi Jiwa Berjangka Dengan Menggunakan Metode New Jersey	197 - 203
29	Tiara Maharani	Bilangan <i>Rainbow Connection</i> Untuk Amalgamasi Graf Lengkap	204 – 208

30	Ulva Wahyuni, <b>Nova Noliza Bakar, Monika Rianti Helmi</b>	Bagian Alpha Matriks Fuzzy	209 – 213
31	Vicya Kasinta WM Jumardy	Himpunan Lembut Kabur Hesitant Bernilai Interval dan Aplikasinya Dalam Pengambilan Keputusan	214 – 221
32	Yesti Resna Sari, <b>Hazmira Yoza</b>	Penerapan Metode Eliminasi Gauss Dengan Teknik Penumpuan Parsial Untuk Menduga Komponen Biaya Asuransi Jiwa Dwiguna	222 – 230
33	Yuni Syafitri, <b>Ferra Yanuar, Zulakmal</b>	Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Tingkat Kepuasan Pasien RSUD Dr. Rasidin Padang dengan Menggunakan Metode Regresi Logistik Ordinal	231 – 240
34	Randi Winata	Himpunan Lembut Kabur Hesitant Serta Aplikasinya Dalam Masalah Pengambilan Keputusan Pada Kelompok Dengan Banyak Kriteria	241 – 253
35	Afifah Atika, <b>Dodi Devianto, Ferra Yanuar</b>	Penentuan Nilai Akumulasi Anuitas Akhir Berjangka Pada Status Hidup Gabungan Dengan Menggunakan Asumsi <i>Constant Force</i>	254 – 263
36	Bima Rianda Suri, <b>Ahmad Iqbal Baqi</b>	Optimasi Fungsi Nonlinear Tanpa Kendala Dengan Menggunakan Metode BFGS	264 – 273
37	Elsa Marjohanas	Solusi Asimtotik Persamaan Gelombang Dengan Redaman Lemah Dengan Menggunakan Metode <i>Multiple Scales</i>	274 – 281
38	Fani Rahmadhani, <b>Yanita, Monika Rianti Helmi</b>	Kelas-Kelas Konjugasi Dari Grup $S_4$	282 – 290
39	Irvansyah, <b>Hazmira Yoza, Ferra Yanuar</b>	Perhitungan Value At Risk (VAR) Portofolio Optimal Dengan Simulasi Monte Carlo	291 – 299
40	Ade Suryani Hamur, <b>Dodi Devianto, Izzati Rahmi HG</b>	Pemodelan Angka Kematian Bayi di Indonesia Tahun 2012 dengan Menggunakan Regresi Poisson	300 – 309
41	Agus Wardiman Saputra	Dimensi Partisi Dari Graf Kembang Api	310-315
42	Fajrilla Rizka Salmia Putri, <b>Yanita, Nova Noliza Bakar</b>	Metode Penghitungan Invers Moore-Penrose dari Sebarang Matriks	316 – 323
43	Sary Widrafebi, <b>Yudiantri Asdi, Riri Lestari</b>	Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Alokasi Pembiayaan Usaha Mikro Kecil dan Menengah Pada Bank Syariah di Indonesia Menggunakan Analisis Jalur	324 – 330
44	Tari Indri Tika, <b>Hazmira Yoza, Maiyastri</b>	Metode <i>Fuzzy Time Series Stevenson Porter</i> Dalam Meramalkan Konsumsi Indonesia	331 – 340
45	Taufik Zuhri, <b>Yudiantri</b>	Penerapan Bagan Kendali $T^2$ Hotelling Untuk	341 – 346

	<b>Asdi, Maiyastri</b>	Memonitor Proses Produksi Kemasan Air Minum AYIA (Studi Kasus : PT. Gunung Naga Mas)	
46	Yona Handayani Parlin, <b>Ferra Yanuar, Izzati Rahmi HG</b>	Pemetaan Status Gizi Anak Balita Terhadap Kabupaten/Kota Di Provinsi Sumatera Barat Dengan Metode Analisis Korespondensi	347 – 356
47	Yuliadi Yuna Sutra, <b>Mahdhivan Syafwan, Admi Nazra</b>	Determinan Matriks Vandermonde Yang Dimodifikasi	357 – 364
48	Muhammad Ihsan	Pemodelan dan Analisis Kestabilan Interaksi Mutualisme Obligat Antara Semut Pengerat Daun ( <i>Acromyrmex Versicolor</i> ) dan Pertanaman Jamurnya	365 – 373
49	Mutia Mawaddany	Bilangan <i>Rainbow Connection</i> Graf Garis Dari Graf Kipas $F_{1,n}$	374 - 378
50	Suci Sundari, <b>Maiyastri, Rahmat Syahni</b>	Memodelkan Pengaruh Motivasi dan Kepuasan Kerja Terhadap Efektivitas Kerja Karyawan Dengan Menggunakan Teknik Model Persamaan Struktural	379 – 386
51	Venny Maulana, <b>Yudiantri Asdi, Maiyastri</b>	Peramalan Curah Hujan Jakarta Pusat Dengan Metode Sarima	387 – 397

## PENENTUAN CADANGAN PREMI UNTUK ASURANSI *JOINT LIFE* DENGAN MENGGUNAKAN METODE ZILLMER

RIDANOFYOLA, NARWEN, DODI DEVIANTO

*Jurusan Matematika,  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,  
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,  
email: ridanovyola@gmail.com*

**Abstrak.** Asuransi jiwa merupakan program perlindungan dalam bentuk pengalihan risiko atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungjawabkan. Asuransi jiwa *joint life* merupakan asuransi yang menanggung dua jiwa atau lebih dalam satu polis asuransi. Dalam asuransi jiwa, tertanggung akan diberikan sejumlah uang yang disebut santunan atau uang pertanggungan dan tertanggung mempunyai kewajiban untuk membayar premi ke perusahaan asuransi. Premi beserta bunganya biasanya akan jauh lebih besar dari pada uang pertanggungan yang harus dibayarkan perusahaan asuransi. Kelebihan dana ini kemudian disimpan sebagai cadangan premi. Salah satu modifikasi perhitungan cadangan premi ialah dengan metode Zillmer yang menggunakan premi kotor sebagai dasar perhitungannya, sehingga dapat meminimalisir kerugian yang diterima perusahaan asuransi. Nilai cadangan Zillmer yang dihitung secara perorangan lebih besar dibandingkan dengan cadangan Zillmer yang dihitung secara *joint life*. Artinya perusahaan asuransi memiliki dana cadangan lebih saat peserta asuransi mengikuti asuransi perorangan.

*Kata Kunci:* Asuransi, cadangan premi, asuransi joint life, metode Zillmer

### 1. Pendahuluan

Asuransi jiwa adalah perjanjian timbal balik antara tertanggung dengan penanggung, dimana tertanggung mengikatkan diri selama jalannya pertanggungan dengan cara membayar uang premi kepada penanggung, sebagai akibat langsung dari meninggalnya orang yang jiwanya dipertanggungjawabkan atau telah lampainya suatu jangka waktu yang diperjanjikan, mengingatkan diri untuk membayar sejumlah uang tertentu kepada orang yang ditunjuk oleh tertanggung sebagai penikmatnya. Dilihat dari jumlah tertanggung, asuransi jiwa dapat dibagi menjadi dua, yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Asuransi jiwa gabungan salah satunya adalah asuransi *joint life*. Asuransi *joint life* merupakan asuransi yang menanggung dua jiwa atau lebih dalam satu polis asuransi.

Premi yang telah terkumpul di perusahaan asuransi jiwa tersebut akan digunakan oleh perusahaan asuransi jiwa untuk membayar uang pertanggungan. Uang pertanggungan ini diperoleh dari premi beserta bunganya yang biasanya jauh lebih besar dari jumlah uang pertanggungan yang harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi. Kelebihan dana ini kemudian disimpan sebagai cadangan premi. Cadang-

an premi tersebut digunakan untuk membayar uang pertanggungan jika terjadi klaim dan apabila premi yang dimiliki perusahaan tidak mencukupi untuk membayar uang pertanggungan tersebut sehingga perusahaan asuransi tidak kesulitan membayarnya.

Perhitungan cadangan premi juga bisa dilakukan secara perorangan maupun *joint life*. Apabila sepasang suami istri ingin mengikuti asuransi jiwa, mereka bebas memilih ingin berada dalam satu polis asuransi atau tidak. Apabila suami istri tersebut berada dalam satu polis asuransi, maka perhitungan cadangannya dilakukan secara *joint life*. Begitu juga sebaliknya, apabila suami istri tersebut berada dalam polis asuransi yang berbeda, maka perhitungan cadangannya dilakukan secara perorangan.

Salah satu metode perhitungan cadangan premi ialah metode Zillmer yang merupakan modifikasi dari cadangan prospektif. Cadangan Zillmer ini menggunakan premi kotor sebagai dasar perhitungan sehingga dapat meminimalisir kerugian yang diterima perusahaan asuransi. Melihat penelitian M. Rizki Oktavian [5], maka penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian tersebut dengan peserta asuransi lebih dari satu orang. Maka pada penelitian ini akan dibahas penentuan cadangan premi untuk asuransi *joint life* dengan menggunakan metode Zillmer.

## 2. Teori Asuransi

Asuransi jiwa *joint life* adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan hidup matinya seseorang yang banyaknya tertanggung berjumlah lebih dari satu orang. Peluang hidup gabungan untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  dan  $y$  tahun dapat dinyatakan dengan :

$${}_n p_{x,y} = {}_n p_x \cdot {}_n p_y \quad (2.1)$$

Anuitas hidup gabungan adalah suatu rangkaian pembayaran yang terdiri dari dua tertanggung atau lebih, dimana pembayaran terhenti apabila salah satu tertanggung meninggal dunia [3]. Nilai tunai anuitas hidup berjangka awal dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x,y:\overline{n}|} = \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} \quad (2.2)$$

Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang dilakukan pada waktu kontrak asuransi disetujui, selanjutnya tidak dilakukan pembayaran lagi [1]. Sedangkan premi bersih adalah premi yang hanya memperhitungkan perkiraan tingkat suku bunga dan tingkat mortalita, tanpa perlu memperhatikan perkiraan tingkat biaya. Besar premi tunggal bersih asuransi jiwa dwiguna untuk status hidup gabungan adalah :

$$A_{x,y:\overline{n}|} = R \left( \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} \right) \quad (2.3)$$

Cadangan premi adalah besarnya uang yang ada pada perusahaan dalam jangka waktu pertanggungan. Cadangan premi pada asuransi jiwa seumur hidup merupakan jumlah seluruh premi yang telah dibayarkan oleh pemegang polis mulai dari

awal penandatanganan kontrak tertulis antara pemegang polis dengan perusahaan asuransi hingga berakhirnya kontrak tersebut. Dengan kata lain hingga pemegang polis meninggal dunia. Cara perhitungan besarnya cadangan premi pada asuransi dapat dilakukan berdasarkan waktu yang telah lalu dan berdasarkan waktu yang akan datang [1].

**3. Cadangan Prospektif untuk Asuransi Joint Life**

Cadangan prospektif adalah perhitungan cadangan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran diwaktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan diwaktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis [1].

Cadangan prospektif gabungan dari peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dan  $y$  tahun dengan uang pertanggungan dibayarkan diawal tahun polis dengan masa pertanggungan  $n$  tahun dan masa pembayaran premi  $m$  tahun adalah sebagai berikut:

$${}_tV_{x,y:n} = \begin{cases} A_{x+t,y+t:n-t} - {}_mP_{x,y:n} \cdot \ddot{a}_{x+t,y+t:m-t} & t < m < n, \\ A_{x+t,y+t:n-t} & m \leq t < n. \end{cases}$$

dimana  $A_{x+t,y+t:n-t}$  merupakan nilai sekarang dari total pertanggungan dimasa yang akan datang, dan  ${}_mP_{x,y:n} \cdot \ddot{a}_{x+t,y+t:m-t}$  merupakan nilai sekarang dari total pendapatan dimasa yang akan datang.

**4. Menentukan Model Cadangan Zillmer pada Asuransi Joint Life**

Cadangan Zillmer merupakan cadangan premi modifikasi yang perhitungannya menggunakan cadangan premi prospektif. Pada cadangan Zillmer digunakan premi modifikasi yaitu  $P_1$  dan  $P_2$  [2]. Dalam hal ini,  $P_1$  merupakan premi bersih pada tahun polis pertama, sedangkan  $P_2$  merupakan premi bersih mulai dari tahun polis ke-2 sampai tahun ke  $h$  dengan  $h$  merupakan waktu Zillmer dan

$$P_1 < P_{xy:h} < P_2 \\ P_2 - P_1 = \alpha$$

Dalam cadangan Zillmer, yang berubah hanyalah proses pada pengumpulan premi, sedangkan total pendapatan premi selama jangka pertanggungan adalah tetap, yaitu sebesar  $P_{xy:n}$ , maka :

$$P_{xy:n} \cdot \ddot{a}_{xy:h} = P_1 + P_2(\ddot{a}_{xy:h} - 1) \tag{4.1}$$

Dari persamaan (4.1) diperoleh :

$$P_2 = P_{xy:n} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:h}} \tag{4.2}$$

$$P_1 = P_{xy:n} - \alpha \left( 1 - \frac{1}{\ddot{a}_{xy:h}} \right) \tag{4.3}$$

$P_1$  dan  $P_2$  yang diperoleh pada persamaan (4.2) dan (4.3) akan digunakan untuk perhitungan cadangan Zillmer dengan menggunakan metode prospektif. Notasi yang digunakan adalah  ${}_tV_{xy:n}^{hz}$ . Berdasarkan rumus cadangan prospektif, besar

cadangan Zillmer dengan masa pembayaran premi  $m$  tahun untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dan  $y$  tahun adalah

$${}^mV_{xy:\overline{n}|}^{(hz)} = A_{x+t,y+t:\overline{n-t}|} - \{P_2 \cdot \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-t}|} + {}^mP_{xy:\overline{n}|} (\ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{m-t}|} - \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-t}|})\} \quad (4.4)$$

Kemudian substitusi persamaan (4.2) ke persamaan (4.4) sehingga diperoleh:

$${}^mV_{xy:\overline{n}|}^{(hz)} = {}_tV_{xy:\overline{n}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:\overline{h}|}} \cdot \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-t}|} \quad (4.5)$$

Dengan cara yang sama, diperoleh rumus cadangan Zillmer perorangan adalah

$${}^mV_{x:\overline{n}|}^{(hz)} = {}_tV_{x:\overline{n}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|} \quad (4.6)$$

## 5. Ilustrasi Kasus

Pak Ferry adalah seorang karyawan swasta yang berusia 46 tahun ( $x = 46$ ) dan istrinya yang berusia 40 tahun ( $y = 40$ ) ingin mengikuti program asuransi jiwa *joint life* dengan masa pertanggungan ( $n$ ) 20 tahun dan masa pembayaran premi ( $n$ ) 18 tahun. Uang pertanggungan ( $R$ ) yang diterima oleh ahli waris dari Pak Ferry dan istrinya adalah sebesar Rp.100.000.000, -. Tingkat bunga ( $i$ ) yang berlaku adalah 2,5%, waktu Zillmer ( $h$ ) 10 tahun, dan tingkat Zillmer adalah ( $\alpha$ ) 0,025. Pada kasus ini, perusahaan asuransi akan menghitung besarnya cadangan premi asuransi jiwa dwiguna status gabungan dengan metode Zillmer dengan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia 2011.

Anuitas hidup awal gabungan berjangka berdasarkan kasus tersebut adalah

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} = 14,63 \\ \ddot{a}_{xy:\overline{m}|} &= \frac{N_{xy} - N_{x+m,y+m}}{D_{xy}} = 13,66 \end{aligned}$$

Premi tunggal bersih asuransi jiwa dwiguna status hidup gabungan untuk suami istri tersebut adalah

$$\begin{aligned} A_{xy:\overline{n}|} &= 100.000.000 \left( \frac{1663168784 - 1048761585 + 1390787206}{3118289190} \right) \\ &= 64.304.311,85 \end{aligned}$$

Sehingga premi tahunan yang harus dibayarkan adalah :

$$\begin{aligned} {}_{18}P_{46,40:\overline{20}|} &= \frac{A_{46,40:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{46,40:\overline{18}|}} \\ &= 4.708.306,77 \end{aligned}$$

Besarnya cadangan prospektif pada tahun pertama adalah :

$$\begin{aligned} {}_1V_{46,40:\overline{20}|} &= A_{46+1,40+1:\overline{20-1}|} - {}_{18}P_{46,40:\overline{20}|} \cdot \ddot{a}_{46+1,40+1:\overline{18-1}|} \\ &= 65.726.600,69 - 4.708.306,77 \cdot 13,04 \\ &= 4.306.832,99 \end{aligned}$$

Besarnya anuitas awal berjangka 10 tahun untuk Pak Ferry dan istrinya adalah:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{h}|} = \frac{N_{xy} - N_{x+h,y+h}}{D_{xy}} = 8,69$$

Besarnya cadangan Zillmer pada tahun pertama adalah :

$$\begin{aligned} {}^1V_{46,40:\overline{20}|}^{(10z)} &= {}^1V_{46,40:\overline{20}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{46,40:\overline{10}|}} \cdot \ddot{a}_{46+1,47+1:\overline{20-1}|} \\ &= 4.306.832,99 - \frac{0,025}{8,69} \cdot 7,93 \\ &= 4.306.832,95 \end{aligned}$$

Kasus selanjutnya, akan dihitung besarnya cadangan Zillmer jika Pak Ferry dan istrinya tidak mengikuti asuransi jiwa *joint life*, melainkan mereka mengikuti asuransi jiwa perorangan dengan masa pertanggungan 20 tahun dan masa pembayaran premi 18 tahun. Uang pertanggungan yang akan diterima oleh ahli waris adalah masing-masing sebesar Rp.50.000.000,-, tingkat suku bunga 2,5%, waktu Zillmer 10 tahun, dan tingkat Zillmer adalah 0,025.

Pertama, akan dihitung besarnya cadangan Zillmer untuk Pak Ferry. Nilai anuitas awal berjangka untuk Pak Ferry adalah :

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{46:\overline{20}|} &= \frac{N_{46} - N_{46+20}}{D_{46}} = 15,03 \\ \ddot{a}_{46:\overline{18}|} &= \frac{N_{46} - N_{46+18}}{D_{46}} = 13,98 \end{aligned}$$

Premi tunggal bersih asuransi jiwa dwiguna untuk Pak Ferry adalah:

$$\begin{aligned} A_{46:\overline{20}|} &= R \left( \frac{M_{46} - M_{46+20} + D_{46+20}}{D_{46}} \right) \\ &= 31.659.068,63 \end{aligned}$$

Sehingga premi tahunan yang harus dibayarkan oleh Pak Ferry tiap tahunnya adalah :

$${}_{18}P_{46:\overline{20}|} = \frac{A_{46:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{46:\overline{18}|}} = 2.264.969,82$$

Besarnya cadangan prospektif untuk tahun pertama adalah :

$$\begin{aligned} {}^1V_{46:\overline{20}|} &= A_{46+1:\overline{20-1}|} - {}_{18}P_{46:\overline{20}|} \cdot \ddot{a}_{46+1:\overline{18-1}|} \\ &= 2169511,34 \end{aligned}$$

Nilai anuitas awal berjangka 10 tahun untuk Pak Ferry adalah:

$$\ddot{a}_{46:\overline{10}|} = \frac{N_{46} - N_{46+10}}{D_{46}} = 9,53$$

Besarnya cadangan Zillmer pada tahun pertama untuk Pak Ferry adalah :

$$\begin{aligned} {}^1V_{46:\overline{20}|}^{(10z)} &= {}^1V_{46:\overline{20}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{46:\overline{10}|}} \cdot \ddot{a}_{46+1:\overline{20-1}|} \\ &= 2.169.511,31 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, dihitung juga besarnya cadangan Zillmer untuk istri Pak Ferry. Besarnya cadangan Zillmer untuk istri Pak Ferry pada tahun pertama adalah:

$$\begin{aligned} {}_1^{18}V_{40:\overline{20}|}^{(10z)} &= {}_1V_{40:\overline{20}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}} \cdot \ddot{a}_{40+1:\overline{20-1}|} \\ &= 2.136.298,51 \end{aligned}$$

Kemudian jumlah cadangan Zillmer yang diperoleh oleh Pak Ferry dan istrinya yang dihitung secara perorangan pada tahun ke- $t$  akan dibandingkan dengan besarnya cadangan Zillmer oleh Pak Ferry dan istrinya yang dihitung secara *joint life*. Berikut adalah tabel perbandingan besarnya cadangan Zillmer yang dihitung secara perorangan dengan yang dihitung secara *joint life*.

$t$	${}_t^{18}V_{46,40:\overline{20} }^{(10z)}$	${}_t^{18}V_{46:\overline{20} }^{(10z)} + {}_t^{18}V_{40:\overline{20} }^{(10z)}$
1	4.306.832,95	4.305.809,82
2	8.685.364,83	8.702.837,61
3	13.137.514,17	13.192.188,63
4	17.668.724,34	17.776.141,11
5	22.286.179,38	22.456.897,53
6	27.001.837,05	27.237.172,44
7	31.827.203,18	32.121.035,27
8	36.774.515,11	37.115.151,75
9	41.851.233,20	42.226.370,69
10	47.062.921,20	47.463.582,69
11	52.415.073,15	52.835.963,90
12	57.913.177,83	58.353.465,97
13	63.570.407,10	64.027.016,60
14	69.409.150,20	69.868.576,82
15	75.462.209,45	75.891.468,19
16	81.761.474,02	82.110.951,59
17	88.343.296,43	88.544.422,80
18	95.250.105,44	95.211.696,10
19	97.559.999,99	97.249.999,96
20	100.000.000,00	100.000.000,00

Tabel 1. Tabel perbandingan cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna *joint life* dengan jumlah cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna perorangan pada tahun ke- $t$

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa besarnya cadangan Zillmer dari tahun pertama sampai tahun ke-20 selalu naik. Dan pada akhir tahun ke-20 besarnya cadangan baik yang dihitung secara perorangan maupun secara *joint life* adalah sebesar Rp.100.000.000,00. Artinya, perusahaan asuransi telah mampu memberikan santunan sebesar yang diharapkan oleh pemegang polis.

Dari tahun pertama sampai tahun ke-18, perbedaan besarnya nilai cadangan pada tahun ke- $t$  dengan tahun ke- $(t-1)$  lebih besar dibandingkan dengan perbe-

daan besarnya cadangan pada tahun ke-19 dan ke-20. Hal ini disebabkan karena pada tahun pertama sampai tahun ke-18, pemegang polis membayar premi kepada perusahaan asuransi, sehingga perusahaan asuransi memiliki pemasukan dari uang pembayaran premi tersebut, sedangkan pada tahun ke-19 dan ke-20, pemegang polis tidak lagi membayar premi, sehingga pemasukan untuk perusahaan asuransi berkurang.

Jika dibandingkan dengan cadangan Zillmer *joint life*, nilai cadangan Zillmer perorangan lebih besar dibandingkan nilai cadangan Zillmer *joint life* pada tahun ke-2 sampai tahun ke-18. Artinya, pada tahun tersebut perusahaan asuransi memiliki dana lebih saat peserta asuransi mengikuti asuransi perorangan, sehingga perusahaan asuransi akan beruntung jika pemegang polis mengikuti asuransi secara perorangan.

## 6. Kesimpulan dan Saran

Cadangan prospektif ialah perhitungan cadangan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran diwaktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan diwaktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis. Rumus cadangan prospektif untuk status hidup *joint life* adalah

$${}_tV_{xy:\overline{n}|} = A_{x+t,y+t:\overline{n-t}|} - m P_{xy:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{m-t}|}$$

Cadangan Zillmer merupakan cadangan premi modifikasi yang perhitungannya menggunakan cadangan premi prospektif. Pada cadangan Zillmer digunakan premi modifikasi yaitu  $P_1$  merupakan premi bersih pada tahun polis ke-1 yang dan  $P_2$  yang merupakan premi bersih mulai dari tahun polis ke-2 sampai tahun ke  $h$  dengan  $h$  merupakan waktu Zillmer. Rumus cadangan Zillmer untuk status hidup *joint life* adalah

$${}_tV_{xy:\overline{n}|}^{(hz)} = {}_tV_{xy:\overline{n}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:\overline{h}|}} \cdot \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-t}|}$$

dan untuk status hidup perorangan adalah

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{(hz)} = {}_tV_{x:\overline{n}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|}$$

Nilai cadangan Zillmer yang dihitung secara perorangan lebih besar dari pada nilai cadangan Zillmer yang dihitung secara *joint life*. Artinya pada tahun tersebut perusahaan asuransi memiliki dana lebih saat peserta asuransi mengikuti asuransi secara perorangan.

Pada tugas akhir ini hanya dibahas untuk jumlah tertanggung dua orang dan dengan suku bunga konstan. Pada pembahasan selanjutnya, Penulis menyarankan untuk membahas jumlah tertanggung yang lebih dari dua orang dan menggunakan tingkat suku bunga yang tidak konstan.

## 7. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Yudiantri Asdi, Ibu Shelvi Ekariani, dan Ibu Radhiatul Husna yang telah memberikan masukan dan saran sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

**Daftar Pustaka**

- [1] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Tokyo: Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center.
- [2] Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Tokyo: Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center.
- [3] Jordan Jr, C.W. 1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies, Second Edition*. Chicago: The Society of Actuaris
- [4] Larson, R.E. dan E.A.Gaumnitz. 1962. *Life Insurance Mathematics*. New York: John Wiley and Sons Inc
- [5] Oktavian, Rizki dkk. *Kajian Metode Zillmer, Full Preliminary Term, dan Premium Sufficiency dalam Menentukan Cadangan Premi pada Asuransi Jiwa Dwiguna*. Jurnal Matematika UNAND Vol.3(4): 160-167.