

Tema: Inovasi Sains, Teknologi dan Industri
Kode>Nama Rumpun Ilmu: 121/Matematika

LAPORAN AKHIR
HIBAH PENELITIAN BOPTN UNIVERSITAS ANDALAS
SKIM RISET TERAPAN



PENGEMBANGAN METODE REDUKSI GRAF UNTUK
PENENTUAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR PADA MODEL POPULASI
BANYAK KOMPARTEMEN DENGAN WAKTU KONTINU

TIM PENGUSUL

KETUA : EFENDI, M.Si NIDN 0017077801
ANGGOTA: DR. MAHDHIVAN SYAFWAN NIDN 0003088202
RADHIA TUL HUSNA, M.Si NIDN 0001077905

Dibiayai oleh:
Dana BOPTN Universitas Andalas
Sesuai dengan Kontrak Penelitian
No 10/UN.16.17/RT/LPPM/2017
Tahun Anggaran 2017

UNIVERSITAS ANDALAS
NOVEMBER 2017

HALAMAN PENGESAHAN
HIBAH PENELITIAN BOPTN UNAND
SKIM RISET TERAPAN

Judul Kegiatan : Metode Reduksi Graf untuk Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Populasi Banyak Kompartemen dengan Waktu Kontinu

Kode>Nama Rumpun Ilmu : 121/Matematika

Ketua Peneliti

A. Nama Lengkap : Efendi, M.Si
B. NIDN : 0017077801
C. Jabatan Fungsional : Lektor Kepala
D. Program Studi : Matematika
E. Nomor HP : 081374977817
F. Surel (e-mail) : efendi@fmipa.unand.ac.id

Anggota Peneliti (1)

A. Nama Lengkap : Dr. Mahdhivan Syafwan
B. NIP : 198208032006041001
C. Perguruan Tinggi : Universitas Andalas

Anggota Peneliti (2)

A. Nama Lengkap : Radhiatul Husna, M.Si
B. NIP : 197907012005012003
C. Perguruan Tinggi : Universitas Andalas

Lama Penelitian : 10 Bulan
Biaya Penelitian : Rp 29.522.000,-



Mengetahui,
Dekan FMIPA Universitas Andalas

Prof. Dr. Mansyurdin, MS
NIP 196607091999031003

Padang, 15 November 2017,
Ketua Peneliti,

Efendi, M.Si
NIP 197807172002121002

Menyetujui,

Ketua LPPM Universitas Andalas


Prof. Dr. Ing. Uyung Gatot S. Dinata
NIP 195807221983031002

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN	i
IDENTITAS DAN URAIAN UMUM	ii
DAFTAR ISI	iii
RINGKASAN	iv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Masalah yang Akan Diteliti.....	1
1.3 Tujuan Khusus Penelitian	1
1.4 Urgensi Penelitian.....	2
1.5 Temuan yang Ditargetkan	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Definisi dan Terminologi.....	3
2.2 Penelitian Terdahulu	4
2.3 Peta Jalan Penelitian	7
BAB III METODE PENELITIAN	8
3.1 Objek penelitian.....	8
3.2 Desain Penelitian.....	8
BAB IV BIAYA DAN JADWAL PENELITIAN	9
DAFTAR PUSTAKA	11
LAMPIRAN-LAMPIRAN	
Lampiran 1 Justifikasi Anggaran	
Lampiran 2 Dukungan Sarana dan Prasarana	
Lampiran 3 Susunan Organisasi	
Lampiran 4 Biodata dan Anggota Tim	
Lampiran 5 Surat Pernyataan Ketua Peneliti	

RINGKASAN

Penelitian yang akan dilakukan ini dilatarbelakangi oleh adanya penelitian terdahulu tentang Bilangan Reproduksi Dasar (Ro). Umumnya penelitian-penelitian tersebut berkaitan dengan penggunaan Ro sebagai parameter ambang untuk menentukan batas antara kepunahan dan penyebaran (wabah) penyakit dalam model dinamika populasi. Awalnya metode penentuan nilai Ro adalah dengan menganalisis nilai eigen pada titik kesetimbangan. Tahun 2007, Camino menemukan metode baru untuk penentuan nilai Ro dengan menggunakan Reduksi graf. Camino menggunakan Aturan Mason yang awalnya digunakan untuk analisis sirkuit elektronik untuk menentukan Ro, tetapi metode tersebut baru bisa diimplementasikan pada model diskrit. Tahun 2008, Camino berhasil mengembangkan metode perhitungan Ro pada model waktu kontinu. Tetapi Camino baru mengimplementasikannya pada model dengan sedikit kompartemen. Sebagaimana dikemukakan oleh Caswel (2001), dalam model dinamika populasi berdasarkan kompartemen, semakin banyak kompartemen semakin sulit menentukan Ro. Dalam penelitian ini, akan dikembangkan lebih lanjut metode reduksi graf berarah, dalam penghitungan bilangan reproduksi dasar dari model populasi banyak kompartemen dengan waktu kontinu. Pada penelitian ini, kompartemen waktu kontinu didesain secara teoritis, kemudian diimplimentasikan metode reduksi graf yang dikembangkan oleh Camino. Hasil penelitian ini akan dipublikasikan pada JURNAL EKSAKTA, Berkala Ilmiah Bidang MIPA, dimana Pengusul telah mempublikasikan hasil penelitian yang terkait yang mendukung topik penelitian ini. Hasil penelitian ini membuka peluang untuk dikembangkan dengan asumsi teoritis selanjutnya misalnya disamping terjadi *stochastisity* antar kompartemen bisa juga diasumsikan terjadi *fuzziness* antar tiap kompartemen. Dalam jangka panjang, diharapkan hasil pengembangan teoritis ini dapat diimplimentasikan pada penelitian aplikatif yang menggunakan banyak kompartemen.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu konsep penting dalam kajian Epidemiologi adalah Bilangan Reproduksi Dasar (R_0). Misalnya penelitian Aproksimasi Bilangan Reproduksi Dasar Transmisi Penyakit DBD di kota Bandung oleh Supriatna (2009). Telah banyak dihasilkan penelitian terdahulu di bidang Epidemiologi ataupun Dinamika Populasi yang berkaitan dengan R_0 . Umumnya penelitian-penelitian tersebut berkaitan dengan penggunaan R_0 sebagai parameter ambang untuk menentukan batas antara kepunahan dan penyebaran (wabah) penyakit dalam model dinamika populasi.

Awalnya metode penentuan nilai R_0 adalah dengan menganalisis nilai eigen pada titik kesetimbangan. Peneliti umumnya akan menyederhanakan model dengan membuat sesedikit mungkin kompartemen, sehingga matrik yang dihasilkan berukuran kecil yang nantinya mempermudah perhitungan nilai eigen. Namun dengan membuat lebih sedikit kompartemen berakibat pada semakin banyak variabel yang diabaikan. Akibatnya permasalahan tidak dapat dijelaskan oleh model dengan baik.

Tahun 2007, Camino menemukan metode baru untuk penentuan nilai R_0 dengan menggunakan Reduksi Graf. Camino menggunakan Aturan Mason yang awalnya digunakan untuk analisis sirkuit elektronik untuk menentukan R_0 , tetapi metode tersebut baru bisa diimplementasikan pada model diskrit. Tahun 2008, Camino berhasil mengembangkan metode perhitungan R_0 pada model waktu kontinu. Camino baru mengimplementasikan metode tersebut pada model dengan 5-kompartemen yang berkaitan dengan model epidemiologi. Sehingga pertanyaan tentang implementasi Reduksi Graf pada model dengan multi kompartemen masih terbuka lebar. Padahal keakuratan model, salah satunya ditentukan oleh semakin banyaknya variabel yang dilibatkan, sehingga memerlukan lebih banyak kompartemen. Sejauh ini belum ditemukan literatur yang menjawab persoalan ini.

1.2 Masalah yang akan diteliti

Dalam model dinamika populasi yang dirumuskan dalam bentuk kompartemen, semakin banyak kompartemen semakin sulit menentukan R_0 . Hal ini, berkaitan dengan semakin besarnya

ukuran matriks yang merepresentasikan sistem dinamika populasi tersebut (Caswell, 2001). Kesulitan ini berlaku pada kedua domain waktu baik diskrit maupun kontinu. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji pengembangan metode perhitungan R_0 pada model waktu kontinu dengan mempertimbangkan banyak kompartemen yang didesain secara teoritis.

1.3 Tujuan Khusus Penelitian

Mendapatkan teorema yang mendukung untuk perhitungan R_0 pada model waktu kontinu dengan banyak kompartemen.

1.4 Urgensi Penelitian

Metode perhitungan R_0 pada model waktu kontinu dengan banyak kompartemen yang didesain secara teoritis ini sangat membantu mengatasi kesulitan penelitian aplikatif yang menggunakan banyak kompartemen terutama di bidang dinamika populasi maupun rangkaian elektronik.

1.5 Temuan yang Ditargetkan

Berdasarkan teorema untuk metode perhitungan R_0 pada model waktu kontinu dengan banyak kompartemen akan diformulasikan suatu Algoritma sehingga dapat diimplimentasikan secara komputatif pada berbagai kasus. Diharapkan hasil-hasil tersebut dapat diseminasikan dalam seminar nasional/internasional dan dipublikasikan dalam jurnal nasional. Adapun rencana target capaian tahunan secara lebih rinci diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Rencana Target Capaian Tahunan

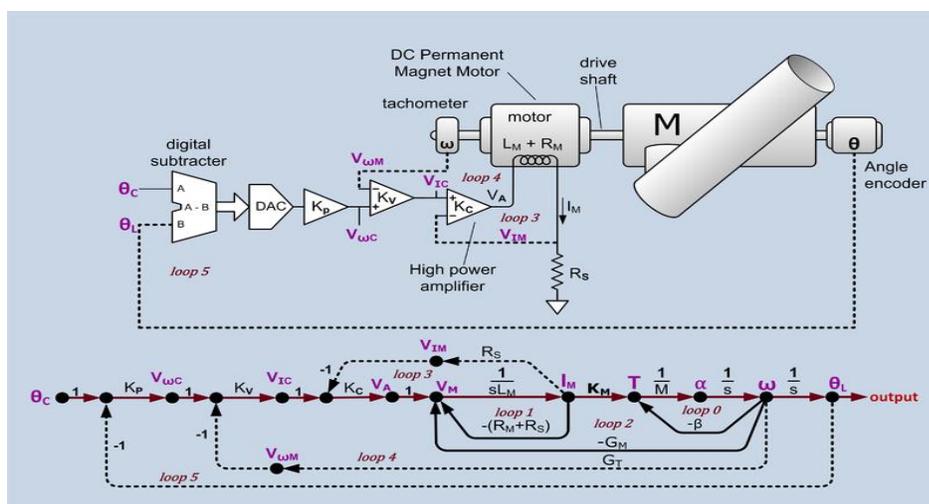
No.	Jenis Luaran		2017
1.	Publikasi ilmiah	Internasional	Belum/tidak ada
		Nasional terakreditasi	Submitted
2.	Pemakalah dalam temu ilmiah	Internasional	Sudah dilaksanakan
		Nasional	Sudah dilaksanakan
3.	Invited speaker dalam temu ilmiah	Internasional	Belum/tidak ada
		Nasional	Belum/tidak ada
4.	Visiting Lecturer	Internasional	Belum/tidak ada

5.	Hak Kekayaan Intelektual (HKI) [Paten, paten sederhana, hak cipta, merek dagang, rahasia dagang, desain produk industri, indikasi geografis, perlindungan varietas tanaman, perlindungan topografi sirkuit terpadu]	Belum/tidak ada
6.	Teknologi Tepat Guna	Belum/tidak ada
7.	Model/Purwarupa/Desain/Karya Seni/Rekayasa Sosial	Belum/tidak ada
8.	Buku Ajar (ISBN)	Belum/tidak ada
9.	Tingkat Kesiapan Teknologi (TKT)	Skala 2

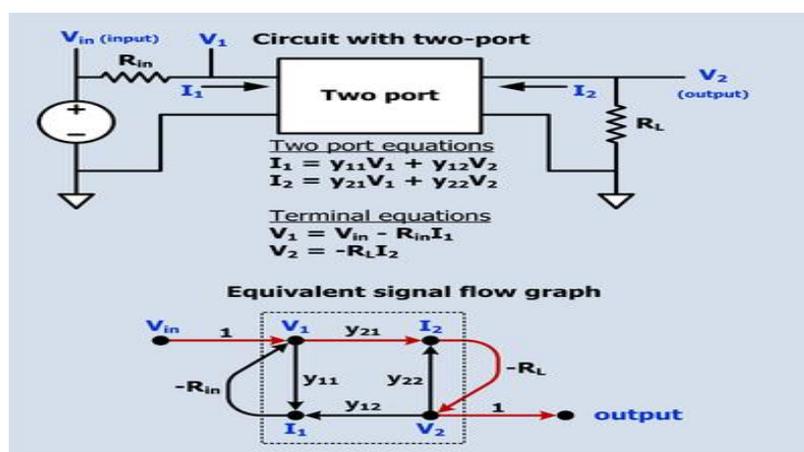
BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi dan Terminologi

Model matematis sebuah sistem dalam bentuk graf berarah banyak diimplementasikan diberbagai bidang, mulai dari sirkuit elektronik hingga dinamika populasi. Aturan Mason tahun 1960, pada mulanya dirancang untuk penyederhanaan rangkaian elektronik.



(a)



(b)

Gambar. 1. (a) Sirkuit Servo elektronik dan signal flow graphnya (b) sirkuit dengan dua port, persamaan dan graf signal flow graphnya

Gbr.1 menyajikan suatu sirkuit yang memuat y-parameter two-port network. Rangkaian tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk diagram berarah. Variabel V_1 adalah input sirkuit dan V_2 adalah output. Persamaan yang dihasilkan adalah suatu sistem persamaan linear terkait voltase dan kuat arus. Hanya ada satu lintasan langsung dari input ke output, namun ada dua loop sehingga menghasilkan lintasan yang berbeda. Loop tidak hanya mengindikasikan suatu umpan balik, tetapi juga mengindikasikan hubungan timbal balik antar dua variabel. Misalnya persamaan yang menjelaskan resistor tentang rasio tegangan yang melintasi resistor terhadap arus yang konstan sehingga dinamakan resistansi. Ini dapat diinterpretasikan bahwa tegangan adalah input dan arus adalah output dimana keduanya mempunyai hubungan linear. Sirkuit seperti ini biasa dianalisis menggunakan aturan Mason.

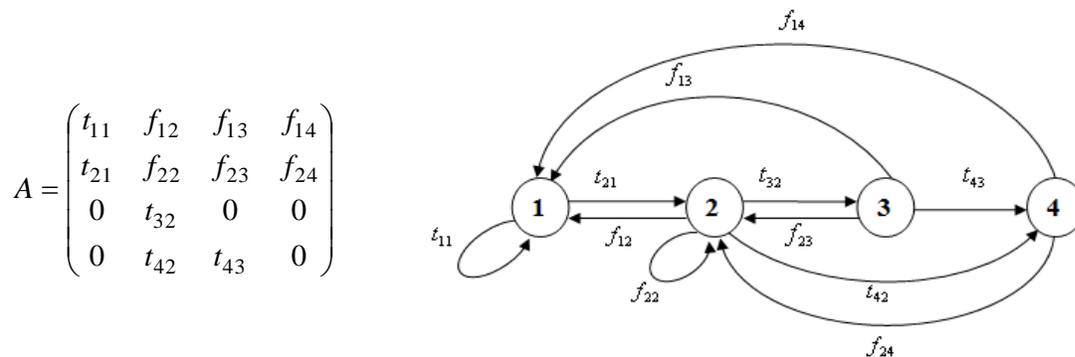
Suatu model demografik terdiri dari tahap-tahap dan transisi-transisi antar tahap tersebut yang mendeskripsikan tentang pertumbuhan dan proses reproduksi (Cruz, 2004). Dalam penelitian ini, digunakan metode yang dikembangkan oleh T. de-Camino-Beck dan M.A. Lewis untuk menghitung rata-rata laju reproduksi populasi yang disebut dengan R_0 dari suatu digraf siklus hidup. Kemudian akan dibandingkan dengan nilai eigen dominan pada matriks proyeksi populasi.

Dalam model epidemi, untuk mengetahui tren atau perilaku jangka panjang dari suatu infeksi dalam populasi suseptibel dapat dilihat pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Dalam hal ini, suatu infeksi akan punah jika $R_0 < 1$, sedangkan infeksi berlanjut jika $R_0 > 1$ (Supriatna, 2009 dan Heesterbeek, 2002). Sehingga R_0 dapat dipandang sebagai sebuah titik bifurkasi.

Untuk penghitungan R_0 , perlu diperhatikan karakteristik populasi yaitu distribusi periode infeksi, struktur populasi baik dari segi umur, perilaku, dan keanekaragaman spesies. Setiap karakteristik populasi tersebut biasanya disajikan dalam satu kompartemen. Misalnya kompartemen dari segi infeksi penyakit bisa saja dibagi atas *susceptible* (S) untuk individu yang berpotensi terkena infeksi, *infected* (I) untuk individu yang sudah terkena infeksi, atau *recovery* (R) untuk individu yang sudah pernah terkena infeksi dan sudah kebal terhadap infeksi. Pada model populasi nyamuk, kompartemen populasi berstruktur umur, misalnya pembagian kompartemen bisa saja dibagi atas *Egg* (E), *Larvae* (L), *Pupae* (P), atau *Adult* (A). Jadi ada empat kompartemen yang perlu diperhatikan. Bahkan tidak jarang kompartemen A dibedakan lagi atas Dewasa Awal (A1) dan Dewasa Akhir (A2) untuk membedakan *fecundity* kedua jenis

nyamuk dewasa tersebut. Sehingga kompartemen menjadi lima. Semakin banyak kompartemen, maka ukuran matrik yang digunakan akan semakin besar sehingga semakin sulit mengevaluasi nilai eigen matrik tersebut. Akibatnya nilai R_0 juga sulit dihitung.

Sebagai ilustrasi pada model populasi *Musk Thistle* dengan memperhatikan kompartemen (1) Biji, (2) Tanaman kecil, (3) Tanaman menengah dan (4) Tanaman besar dapat diperoleh diagram berarah seperti pada Gbr.2. Simpul menyatakan fase pertumbuhan, yaitu: Sisi menyatakan probabilitas transisi a_{ij} untuk $(i, j = 1, 2, 3, 4)$. Sehingga model Matriks Proyeksi Populasi A dapat dituliskan sebagai berikut :



Gambar 2. Matrik dan diagram berarah dari model *Musk Thistle* (Efendi, 2011)

Semakin detail seorang peneliti membedakan setiap kompartemen semakin banyak kompartemen yang dibutuhkan. Sehingga semakin rumit juga perhitungan bilangan reproduksi dasar. Hal ini berkaitan dengan semakin besarnya ukuran matrik yang merepresentasikan sistim (Caswel, 2001).

Dalam perhitungan R_0 , dilakukan komputasi matrik laju infeksi F dan matrik laju transmisi V. Sedangkan perhitungan matrik generasi mendatang (*next generation matrix*) dapat dilakukan dengan FV^{-1} dimana entri dari matrik ini menyatakan nilai harapan infeksi yang dihasilkan dalam kompartemen ke i oleh kompartemen ke j. Selanjutnya nilai eigen positif terbesar dari matrik generasi mendatang merupakan bilangan reproduksi dasar bagi populasi tersebut.

Matrik generasi mendatang mempunyai nilai eigen positif dengan modulus paling kurang sama dengan modulus nilai eigen yang lain. Oleh karena itu, nilai eigen positif ini dapat menjadi kandidat untuk R_0 (Driesche, 2002). Berdasarkan sifat matrik V dan F, matrik generasi

mendatang selalu merupakan matrik taknegatif sehingga dapat dijamin eksistensi nilai eigen positif pada matrik tersebut.

Dalam model Dinamika Populasi, kompartemen merupakan variabel yang dipertimbangkan dalam analisis populasi. Sehingga semakin banyak kompartemen yang terlibat Akibatnya perhitungan nilai eigen maksimum dari matrik generasi mendatang (FV^{-1}) membutuhkan komputasi yang semakin besar. Hingga saat ini, penelitian dalam bidang Dinamika Populasi masih menghindari penggunaan banyak kompartemen agar komputasi bisa dilakukan lebih sederhana. Hal ini tentu saja, akan mengabaikan banyak variabel lain yang sebenarnya juga berpengaruh dalam Dinamika Populasi.

2.2 Penelitian Terdahulu Tentang Perhitungan R_0 dengan Reduksi Graf

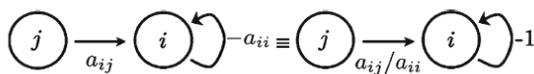
Penyelidikan tentang penggunaan metode reduksi graf untuk perhitungan R_0 dapat ditemukan pada tulisan-tulisan oleh Camino dan Efendi. Penyelidikan ini berangkat dari permasalahan yang muncul dari perhitungan R_0 sebagai radius spektral dari Matrik Generasi Mendatang yang melibatkan perhitungan nilai eigen matrik yang mungkin sulit jika jumlah kompartemen semakin banyak. Penggunaan metode reduksi berarah menghindari komputasi matrik berukuran besar, sehingga lebih efisien secara komputasi. Matrik generasi mendatang FV^{-1} adalah matrik positif. Dari perhitungan matrik generasi mendatang, bilangan reproduksi dasar R_0 dapat didefinisikan sebagai $R_0 = \rho(FV^{-1})$, dimana ρ menyatakan radius spektral. Titik DFE (disease free equilibrium) stabil asimtotis jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil jika $R_0 > 1$ (Caswel, 2001).

Aturan dalam perhitungan R_0 untuk model waktu kontinu berangkat dari operasi eliminasi gauss elementer. Dalam hal ini jika j sama dengan k , maka bobot ditambahkan ke loop ekuivalen dengan eliminasi gauss yaitu menambahkan a_{ki} kali baris i ke baris k , sehingga mereduksi entri (k,i) menjadi 0. Operasi ini tentu saja tidak merubah determinan matrik yang akan ditentukan. Eliminasi titik pada reduksi graf berarah dapat dipandang sebagai reduksi baris pada eliminasi Gauss. Pandang A matrik singular tidak tereduksi $n \times n$, maka tiap submatrik prinsipal adalah matrik nonsingular dan tiap entri diagonal utama matrik A adalah positif. Untuk matrik $A = (a_{ij})$ berukuran $n \times n$, ada graf berarah $D(A)$ dengan titik $1, 2, \dots, n$ dan sisi berarah $j \rightarrow i$ jika hanya jika $a_{ij} \neq 0$ untuk $i, j = 1, 2, \dots, n$. Bobot sisi adalah a_{ij} , dan $D(A)$

mempunyai loop pada titik i dengan bobot a_{ii} jika $a_{ii} \neq 0$. Perhatikan bahwa A mendeskripsikan secara lengkap $D(A)$ dan begitu juga sebaliknya.

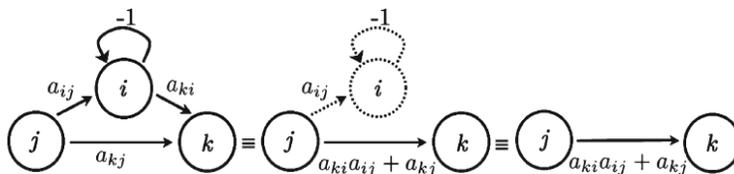
Aturan tersebut dapat ditemukan dalam (Camino, 2007) yang dituliskan sebagai berikut:

Aturan 1 (Memuat titik trivial) Untuk mereduksi loop $-a_{ii} < 0$ menjadi -1 pada titik i , setiap sisi menuju i bobotnya dibagi dengan a_{ii} (Gbr. 3). Perhatikan bahwa mungkin ada loop pada j dalam Gbr. 1, dan setelah reduksi titik i mempunyai loop dengan bobot -1 . Operasi ini ekuivalen dengan membagi baris i dari $\det(F\lambda^{-1} - V)$ dengan $a_{ii} > 0$, yang mengalikan nilai determinan dengan $1/a_{ii}$.



Gambar 3. Membuat titik trivial

Aturan 2 (Eliminasi sisi yang melalui titik trivial) Pada Gbr.4, untuk titik trivial i pada lintasan $j \rightarrow i \rightarrow k$, kedua sisi diganti dengan $j \rightarrow k$ dengan bobot sama dengan hasil kali bobot pada sisi $j \rightarrow i$ dan $i \rightarrow k$. Bobot pada sisi $j \rightarrow k$ dijumlahkan. Operasi ini ekuivalen dengan operasi menambahkan a_{ki} kali baris i ke baris k , sehingga mereduksi entri (k,i) menjadi 0 . Jika tidak ada lagi lintasan melalui titik trivial i , maka titik trivial i dapat diabaikan.

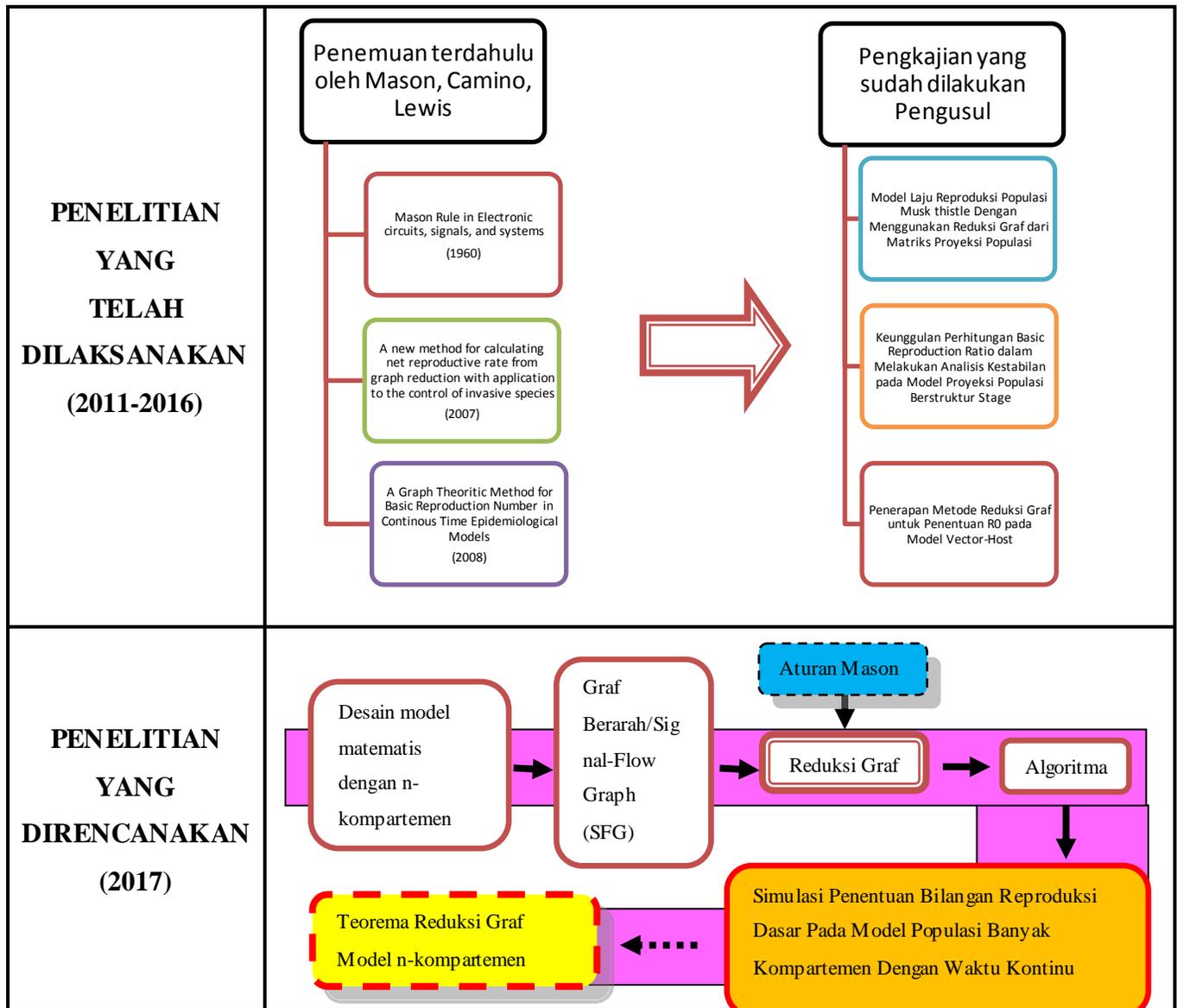


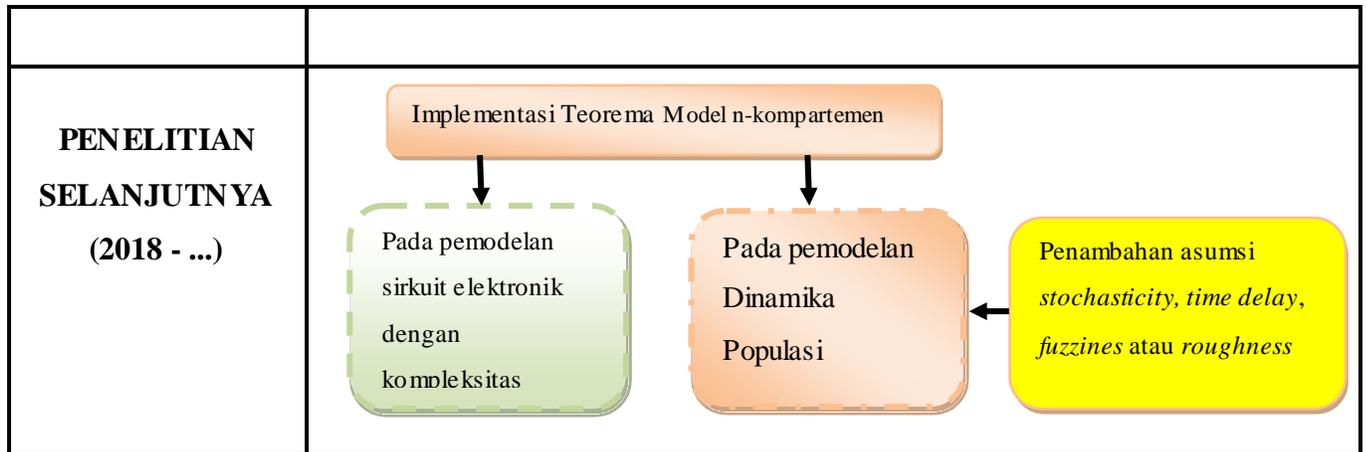
Gambar 4. Eliminasi sisi yang melewati titik trivial

Kedua aturan tersebut adalah hasil pengembangan dari aturan Mason untuk graf berarah. Dimana dalam (Mason,1960) dapat ditemukan aturan reduksi yang dikembangkan Mason untuk sistem rangkaian elektronik. Walaupun aturan Mason sudah ditemukan sejak tahun 1960, tetapi implementasi aturan Mason untuk dinamika populasi pertama kali dilakukan tahun 2007 oleh Thomas Beck de Camino yang merupakan mahasiswa doctoral MA Lewis. Camino mengaplikasikan aturan Mason dengan membuat suatu algoritma untuk mereduksi graf representasi suatu model populasi waktu diskrit dalam rangka penyelesaian disertasi. Hasil ini

memberi peluang untuk penyelesaian thesis Efendi pada tahun 2009 dengan mengaplikasikan algoritma tersebut pada analisis model pertumbuhan nyamuk *Aedes sp.* Pada tahun 2011, Efendi, telah menggunakan kedua aturan tersebut untuk menghitung Model Laju Reproduksi Populasi *Musk-Thistle* dengan Menggunakan Reduksi Graf dari Matriks Proyeksi Populasi. Tahun 2012, Efendi menunjukkan Keunggulan Perhitungan Basic Reproduction Ratio dalam melakukan Analisis Kestabilan pada Model Proyeksi Populasi Berstruktur *Stage* dibandingkan dengan metode lain yang sudah ada. Pada tahun yang sama Efendi mengaplikasikan metode reduksi graf untuk penentuan R_0 pada model *vector-host* yang melibatkan empat kompartemen.

2.3 Peta Jalan Penelitian (*research road map*)





Penelitian yang akan dilakukan tentang pengembangan metode reduksi graf mempunyai latar belakang yang kuat untuk model-model yang menggunakan bentuk Signal flow graph (SGF) atau graf berarah. Oleh karena itu, beberapa artikel sudah ditulis sebagai pendukung proposal ini. Dua artikel diantaranya telah dimuat di jurnal Nasional dan satu artikel dipresentasikan di seminar nasional. Seandainya penelitian ini menghasilkan teorema tentang reduksi untuk model n -kompartemen, maka akan terbuka peluang untuk penelitian lain baik dalam skala implementatif maupun teoritis. Di bidang sirkuit elektronik misalnya, akan lebih mudah menganalisis sirkuit dengan kompleksitas tinggi, sementara di bidang dinamika populasi para peneliti bisa menganalisis suatu model dengan banyak variabel. Disamping itu, penambahan kondisi *stochasticity*, *time delay*, *fuzziness* ataupun *roughness* sangat dimungkinkan pada kasus multi kompartemen.

BAB III METODE PENELITIAN

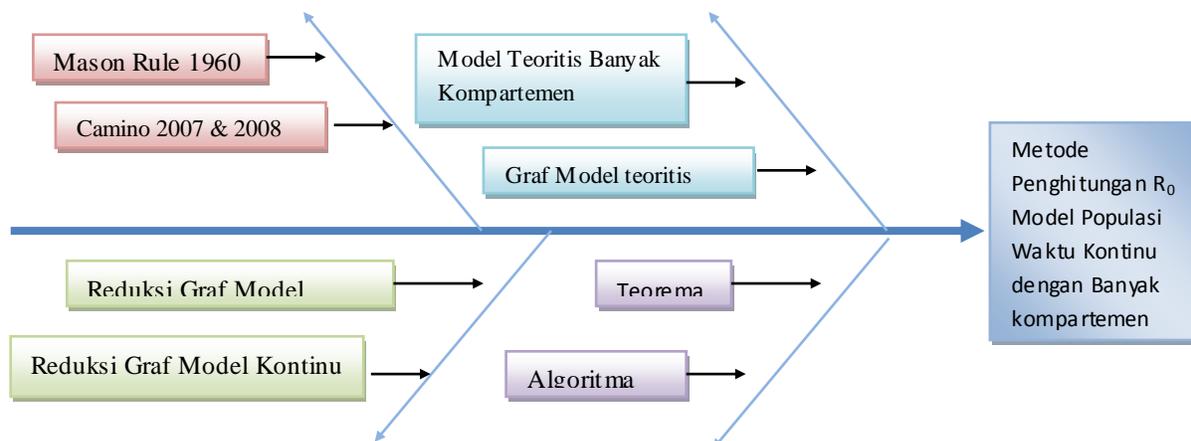
3.1 Objek Penelitian

Penelitian ini merupakan kajian literatur dan merupakan pengembangan teori baru berdasarkan hasil-hasil yang sudah pernah diteliti oleh para peneliti dalam bidang Sistem Dinamik, khususnya Dinamika Populasi, Epidemiologi ataupun Elektronika. Jadi, objek yang akan diteliti adalah formula-formula matematika yang berkaitan dengan teori yang akan dikembangkan.

3.2 Desain Penelitian

1. Definiskan Model Teoritis Dinamika Populasi Waktu Kontinu dengan n -Kompartemen
2. Definiskan graf berarah dari Model
3. Dalam graf berarah pilih titik i dengan suatu loop
4. Gunakan **Aturan 1** untuk menjadikan titik i trivial.
5. Hitung semua lintasan yang menuju titik i menggunakan **Aturan 2**. Titik i kemudian dapat diabaikan (direduksi).
6. Lanjutkan langkah 3,4, dan 5 sampai tersisa hanya satu titik hasil reduksi.
7. Misalkan bobot loop ini sama dengan nol untuk mendapatkan polinomial dalam λ .
8. R_0 adalah invers perkalian dari akar positif terkecil persamaan pada langkah ke-7.
9. Sajikan hasil-hasil ini ke dalam suatu teorema atau dalil.

Secara grafik desain penelitian ini dapat dilihat pada diagram tulang ikan berikut.

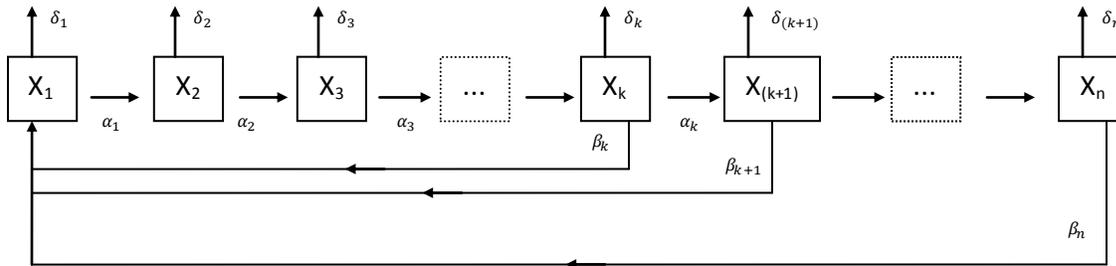


Gambar 5. Diagram tulang ikan (*fish bone*) desain penelitian

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Desain Model

Berdasarkan jumlah kompartemen sebuah model dari suatu sistem dapat dimisalkan ada sebanyak n kompartemen, dengan $n \in \mathbb{N}$ sebarang. Sehingga diperoleh kumpulan kompartemen X_1, X_2, \dots, X_n . Misalkan X_1 adalah kompartemen pertama dimana individu baru dihasilkan (masuk ke dalam sistem). Dan kompartemen yang lain berasal dari kompartemen sebelumnya secara berurutan. Individu baru dihasilkan dari kompartemen ke- k , ke- $k+1$, hingga kompartemen ke- n , dengan proporsionalitas $\beta_k, \beta_{k+1}, \dots, \beta_n$, untuk suatu $k > 1$. Individu-individu di tiap kompartemen dimungkinkan keluar dari sistem dengan proporsionalitas δ_i , dimana $i = 1, 2, \dots, n$. Transisi individu antara suatu kompartemen ke kompartemen berikutnya proporsional dengan α_i , dimana $i = 1, 2, \dots, n$. Secara diagram sistem tersebut dapat dilihat pada Gbr. 4.1



Gambar 4.1 Model sistem dengan n-kompartemen

Dalam notasi Matematika model pada Gbr. 4.1, dapat dituliskan sebagai berikut:

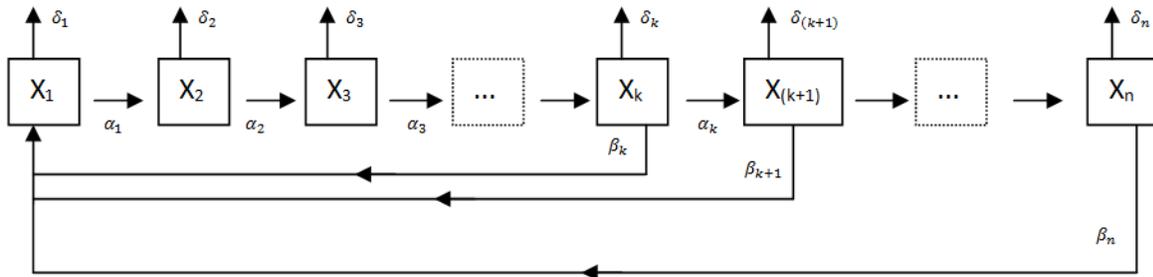
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \beta_k x_k + \beta_{(k+1)} x_{(k+1)} + \beta_{(k+2)} x_{(k+2)} + \dots + \beta_n x_n - (\alpha_1 + \delta_1) x_1 \\
 \dot{x}_2 &= \alpha_1 x_1 - (\alpha_2 + \delta_2) x_2 \\
 \dot{x}_3 &= \alpha_2 x_2 - (\alpha_3 + \delta_3) x_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_k &= \alpha_{(k-1)} x_{(k-1)} - (\alpha_k + \delta_k) x_k \\
 \dot{x}_{k+1} &= \alpha_k x_k - (\alpha_{(k+1)} + \delta_{(k+1)}) x_{(k+1)} \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= \alpha_{(n-1)} x_{(n-1)} - (\alpha_n + \delta_n) x_n
 \end{aligned}$$

Sederhanakan $(\alpha_i + \delta_i) = \gamma_i, \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$

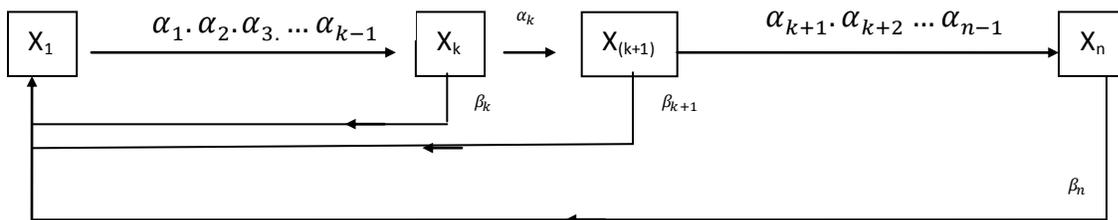
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \beta_k x_k + \beta_{(k+1)} x_{(k+1)} + \beta_{(k+2)} x_{(k+2)} + \dots + \beta_n x_n - \gamma_1 x_1 \\ \dot{x}_2 &= \alpha_1 x_1 - \gamma_2 x_2 \\ \dot{x}_3 &= \alpha_2 x_2 - \gamma_3 x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_k &= \alpha_{(k-1)} x_{(k-1)} - \gamma_k x_k \\ \dot{x}_{k+1} &= \alpha_k x_k - \gamma_{(k+1)} x_{(k+1)} \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= \alpha_{(n-1)} x_{(n-1)} - \gamma_n x_n \end{aligned}$$

Dalam notasi matrik

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_k \\ \dot{x}_{k+1} \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_k & \beta_{(k+1)} & \dots & \beta_n \\ \alpha_1 & -\gamma_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & -\gamma_3 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{(k-1)} & -\gamma_k & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_{(k)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -\gamma_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_k \\ x_{(k+1)} \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$



Reduksi Graf



Dengan menggunakan dua aturan reduksi graf berarah, berikut diberikan metode komputasi simbolik untuk menghitung R_ρ . Untuk sistem dinamik terhubung, pandang matrik $\mathbf{F}\lambda^{-1} - \mathbf{V}$. Jika matrik $\mathbf{F}\lambda^{-1} - \mathbf{V}$ tereduksi, maka gambar graf berarah dengan sisi $j \rightarrow i$ jika dan hanya jika entri ke (i,j) pada matrik

tersebut tidak nol. Jika $j = i$ dan entri (i, i) adalah -1 , maka i disebut titik trivial. Dengan demikian dapat digunakan algoritma berikut untuk proses reduksi graf [3].

1. Dalam graf berarah pilih titik i dengan suatu loop
2. Gunakan aturan 1 untuk menjadikan titik i trivial.
3. Hitung semua lintasan yang menuju titik i menggunakan aturan 2. Titik i kemudian dapat diabaikan.
4. Lanjutkan langkah 1, 2, 3 sampai diperoleh satu titik.
5. Misalkan bobot loop ini sama dengan nol untuk mendapatkan polinomial dalam λ .
6. R_0 adalah invers perkalian dari akar positif terkecil persamaan pada langkah ke-5.

CONTOH KASUS: Penghitungan Bilangan Reproduksi Dasar Model West Nile Virus

Model *west-nile virus* dapat ditemukan di banyak referensi seperti [2], [4] dan [8]. Salah satu versi model *west-nile virus*, dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dE_V}{dt} &= \alpha_V \beta_R \frac{I_R}{N_R} (N_V - E_V - I_V) - (\kappa_V + d_V) E_V, \\ \frac{dI_V}{dt} &= \kappa_V E_V - d_V I_V, \\ \frac{dI_R}{dt} &= \alpha_V \beta_R I_V \frac{N_R - I_R}{N_R} - (\delta_R + \gamma_R) I_R,\end{aligned}\tag{3.1}$$

dimana variable E_V dan I_V berturut-turut menyatakan jumlah nyamuk betina terekspos dan terinfeksi, sedangkan I_R menyatakan jumlah burung yang terinfeksi. Parameter d_V menyatakan laju kematian nyamuk, $1/\kappa_V$ menyatakan rata-rata periode laten δ_R menyatakan laju kematian burung yang terinduksi penyakit, β_R menyatakan laju kontak nyamuk dengan burung. $1/\gamma_R$ menyatakan rata-rata waktu infeksi burung, α_V menyatakan peluang transmisi penyakit per-kontak. Konstanta N_V dan N_R menyatakan jumlah populasi nyamuk dan burung.

Dengan menggunakan definisi bilangan reproduksi dasar, pandang model (3.1) sebagai selisih laju kemunculan infeksi baru (\mathcal{F}) dengan laju perpindahan antar kompartemen (\mathbf{v}):

$$\begin{bmatrix} E_V \\ I_V \\ I_R \end{bmatrix}_t = \mathcal{F} - \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \alpha_V \beta_R \frac{I_R}{N_R} (N_V - E_V - I_V) \\ 0 \\ \alpha_V \beta_R I_V \frac{N_R - I_R}{N_R} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\kappa_V + d_V) E_V \\ \kappa_V E_V - d_V I_V \\ (\delta_R + \gamma_R) I_R \end{bmatrix}$$

Matrik pelinearannya di titik DFE(0,0,1) adalah:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_V \beta_R \frac{N_V}{N_R} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_V \beta_R & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad V = \begin{bmatrix} \kappa_V + d_V & 0 & 0 \\ -\kappa_V & d_V & 0 \\ 0 & 0 & \delta_R + \gamma_R \end{bmatrix}$$

dimana F memuat suku-suku baru terinfeksi dan V memuat suku-suku yang merepresentasikan perpindahan antar kompartemen.

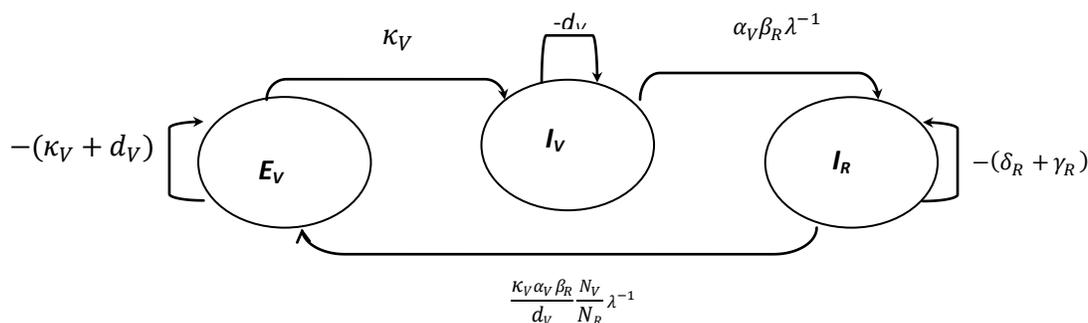
Selanjutnya diperoleh:

$$FV^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha_V \beta_R}{(\delta_R + \gamma_R)} \frac{N_V}{N_R} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_V \beta_R}{(\kappa_V + d_V) d_V} & \frac{\alpha_V \beta_R}{d_V} & 0 \end{bmatrix}$$

Dan akhirnya didapatkan:

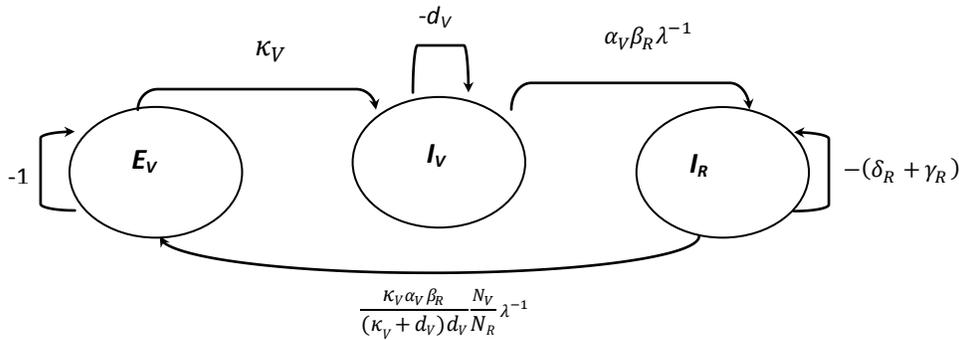
$$R_o = \rho(FV^{-1}) = \sqrt{\frac{\alpha_V \beta_R}{(\kappa_V + d_V) d_V} \frac{\alpha_V \beta_R}{(\delta_R + \gamma_R)} \frac{N_V}{N_R}} \quad (3.2)$$

Dengan menggunakan reduksi graf, pandang Graf $(F\lambda^{-1} - V)$ berikut:

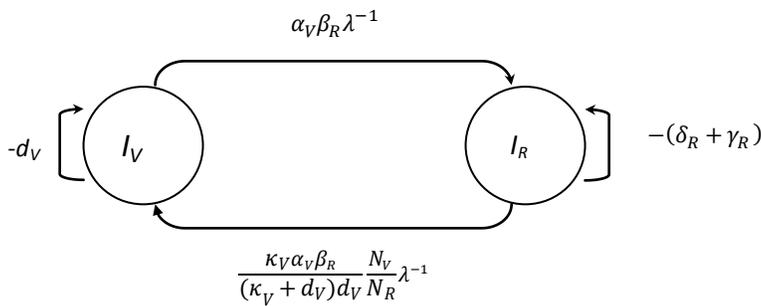


Gambar.3 Ilustrasi Graf $(F\lambda^{-1} - V)$

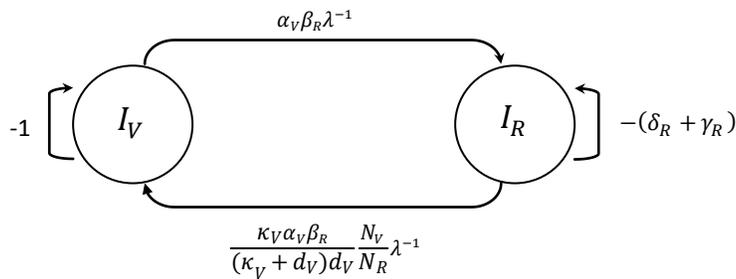
Selanjutnya diagram-diagram Gbr. 4 sampai Gbr.7 menyatakan proses reduksi graf $(F\lambda^{-1}-V)$.



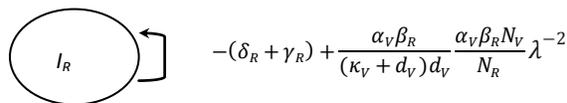
Gambar 4. Buat titik trivial 1 pada loop E_V .



Gambar 5. Eliminasi sisi yang melalui titik trivial 1



Gambar 6. Buat titik trivial 2 pada I_V .



Gambar 7. Eliminasi sisi yang melalui titik trivial 2

Langkah terakhir samakan nilai sisi I_R dengan nol dan selesaikan persamaan untuk λ , maka bilangan reproduksi dasar adalah:

$$R_0 = \sqrt{\frac{\alpha_V \beta_R}{(\kappa_V + d_V) d_V} \frac{\alpha_V \beta_R N_V}{N_R} \frac{N_V}{N_R} \lambda^{-2}}$$

4 Generalisasi untuk 4- kompartemen

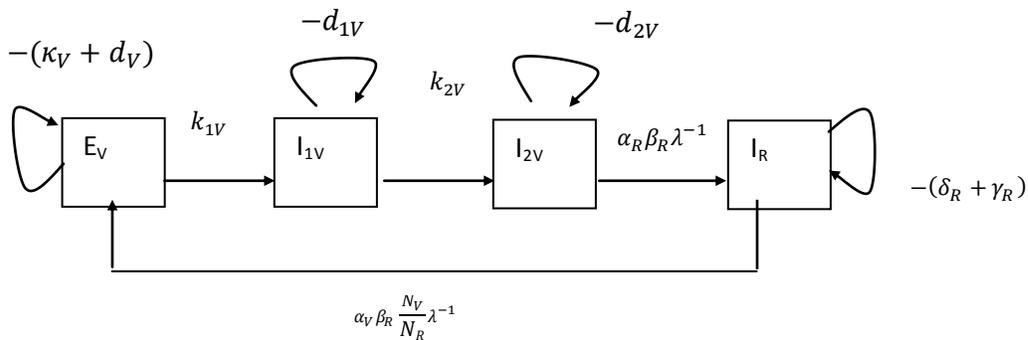
$$\frac{dE_V}{dt} = \alpha_V \beta_R \frac{I_R}{N_R} (N_V - E_V - I_V) - (\kappa_V + d_V) E_V,$$

$$\frac{dI_{1V}}{dt} = \kappa_{1V} E_V - d_{1V} I_{1V},$$

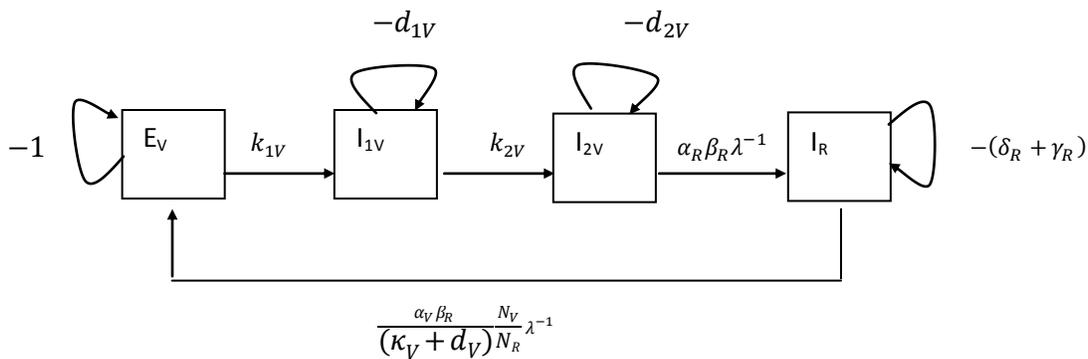
$$\frac{dI_{2V}}{dt} = \kappa_{2V} I_{1V} - d_{2V} I_{2V},$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \alpha_V \beta_R I_{2V} \frac{N_R - I_R}{N_R} - (\delta_R + \gamma_R) I_R,$$

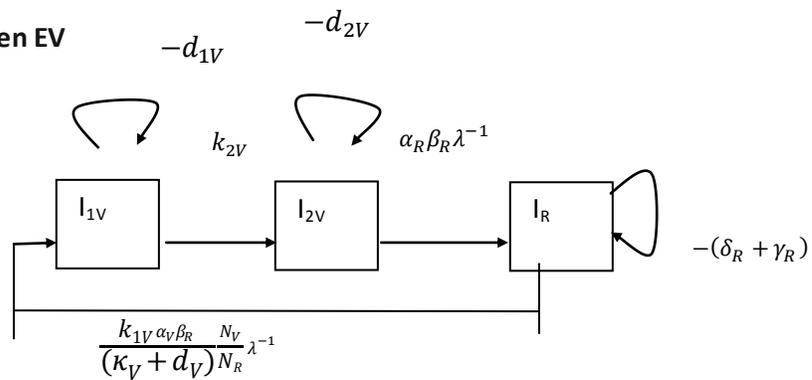
Dalam bentuk digraf sistem persamaan diferensial diatas dapat digambarkan sebagai berikut:



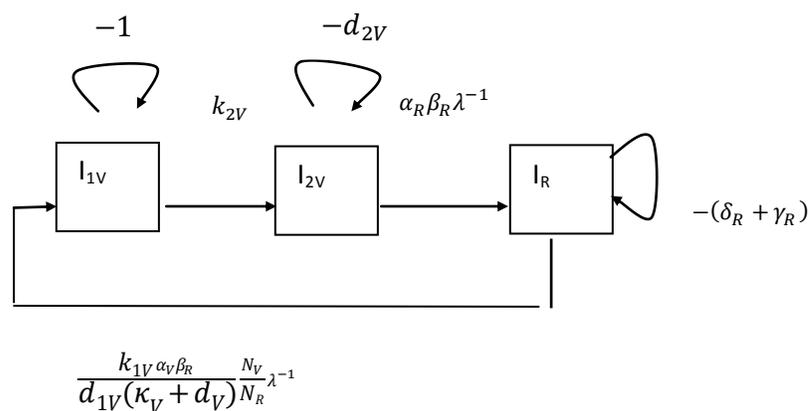
Buat titik trivial di EV



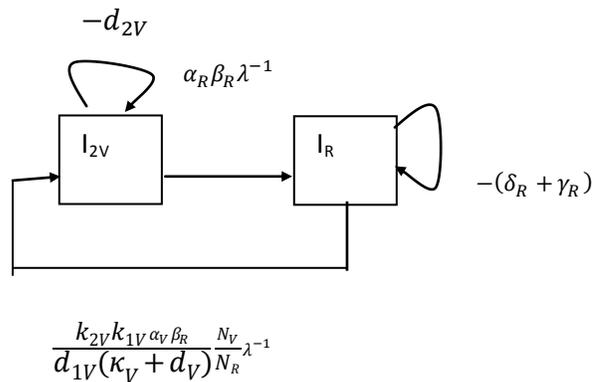
Reduksi kompartemen EV



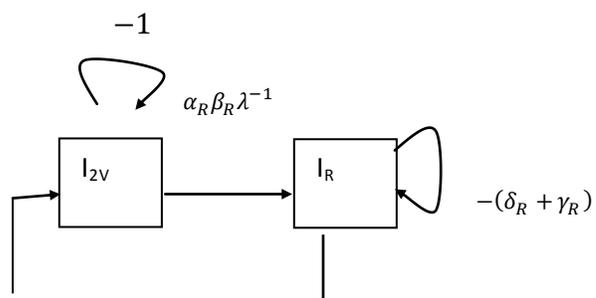
Titik trivial di I1V



Reduksi kompartemen I1V

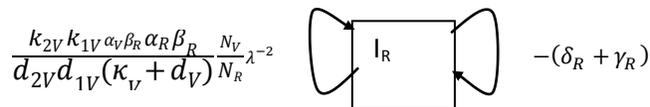


Titik trivial di I2V

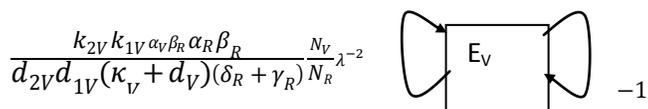


$$\frac{k_{2V}k_{1V}\alpha_V\beta_R}{d_{2V}d_{1V}(\kappa_V+d_V)N_R}\lambda^{-1}$$

Reduksi kompartemen I2V



Reduksi kompartemen I2V



Dengan menyamakan nilai sisi EV dengan 1 diperoleh

$$\frac{k_{2V}k_{1V}\alpha_V\beta_R\alpha_R\beta_R}{d_{2V}d_{1V}(\kappa_V+d_V)(\delta_R+\gamma_R)N_R}\lambda^{-2} = 1$$

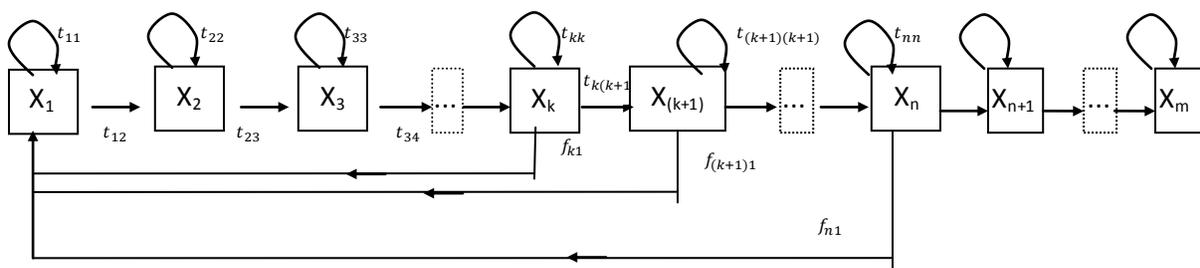
$$\lambda = \sqrt{\frac{k_{2V}k_{1V}\alpha_V\beta_R\alpha_R\beta_R}{d_{2V}d_{1V}(\kappa_V+d_V)(\delta_R+\gamma_R)N_R}}$$

Dengan diperoleh nilai reproduksi dasar Ro:

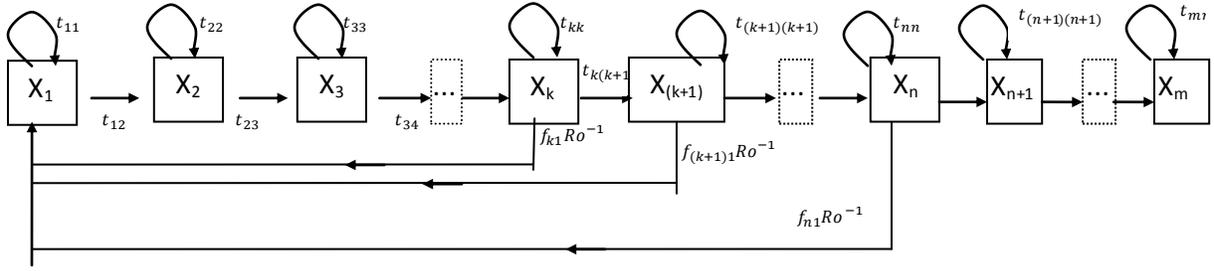
$$R_0 = \sqrt{\frac{k_{2V}k_{1V}\alpha_V\beta_R\alpha_R\beta_R}{d_{2V}d_{1V}(\kappa_V+d_V)(\delta_R+\gamma_R)N_R}}$$

CONTOH KASUS: MODEL PROYEKSI PENDUDUK INDONESIA BERDASARKAN SENSUS 2010

Desain Model



Desain Model



Dalam notasi Matematika

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \beta_k x_k + \beta_{(k+1)} x_{(k+1)} + \beta_{(k+2)} x_{(k+2)} + \dots + \beta_n x_n - (\alpha_1 + \delta_1) x_1 \\ \dot{x}_2 &= \alpha_1 x_1 - (\alpha_2 + \delta_2) x_2 \\ \dot{x}_3 &= \alpha_2 x_2 - (\alpha_3 + \delta_3) x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_k &= \alpha_{(k-1)} x_{(k-1)} - (\alpha_k + \delta_k) x_k \\ \dot{x}_{k+1} &= \alpha_k x_k - (\alpha_{(k+1)} + \delta_{(k+1)}) x_{(k+1)} \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= \alpha_{(n-1)} x_{(n-1)} - (\alpha_n + \delta_n) x_n \end{aligned}$$

Sederhanakan $(\alpha_i + \delta_i) = \gamma_i, \quad \forall i \in \{1,2,3, \dots, n\}$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \beta_k x_k + \beta_{(k+1)} x_{(k+1)} + \beta_{(k+2)} x_{(k+2)} + \dots + \beta_n x_n - \gamma_1 x_1 \\ \dot{x}_2 &= \alpha_1 x_1 - \gamma_2 x_2 \\ \dot{x}_3 &= \alpha_2 x_2 - \gamma_3 x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_k &= \alpha_{(k-1)} x_{(k-1)} - \gamma_k x_k \\ \dot{x}_{k+1} &= \alpha_k x_k - \gamma_{(k+1)} x_{(k+1)} \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= \alpha_{(n-1)} x_{(n-1)} - \gamma_n x_n \end{aligned}$$

Dalam notasi matrik

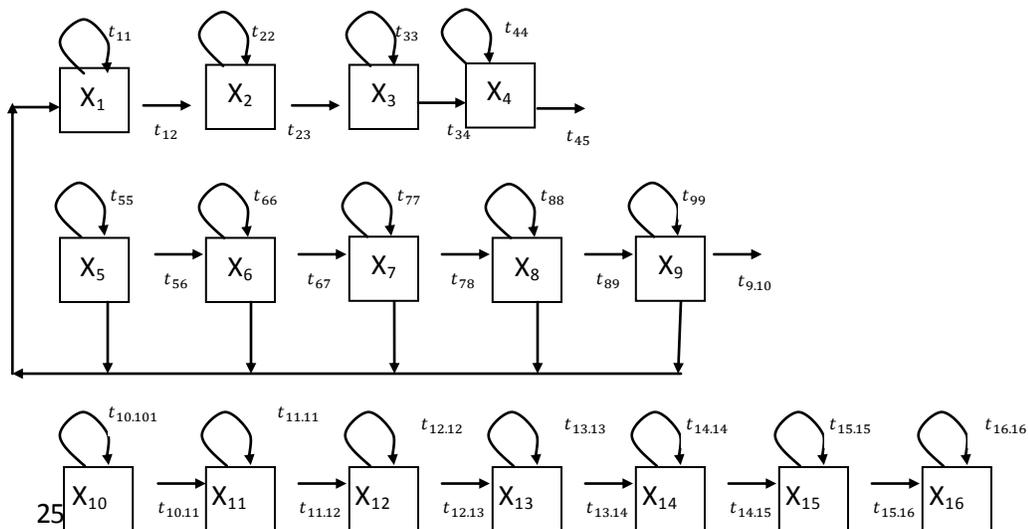
$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_k \\ \dot{x}_{k+1} \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_k & \beta_{(k+1)} & \dots & \beta_n \\ \alpha_1 & -\gamma_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & -\gamma_3 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{(k-1)} & -\gamma_k & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & \alpha_{(k)} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -\gamma_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_k \\ x_{(k+1)} \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Implementasi model pada data sensus penduduk Indonesia tahun 2010

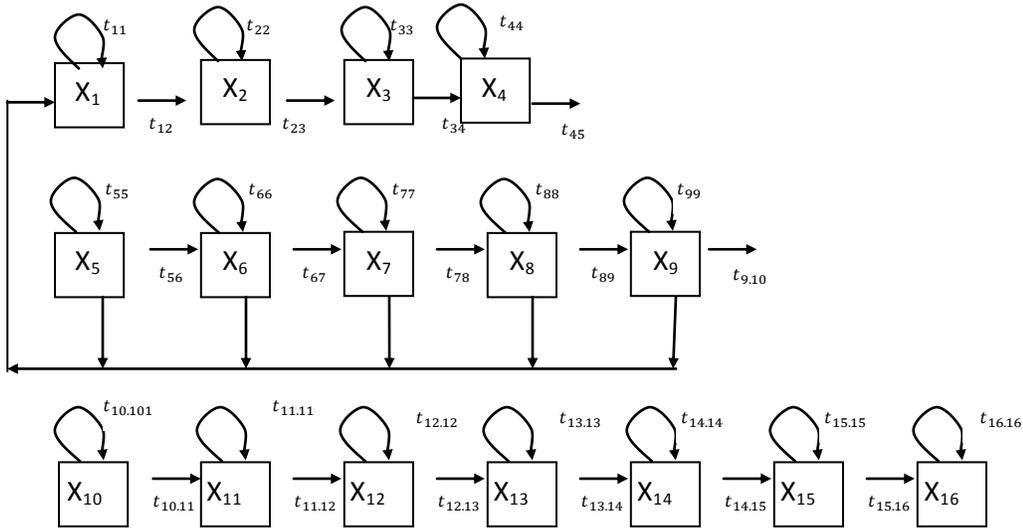
TABEL Jumlah penduduk perempuan Indonesia tahun 2010-2017 (dalam ribuan jiwa)

	UMUR	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
1	0-4	11 405,7	11 538,8	11 636,8	11 726,1	11 785,4	11 792,1	11 738,7	11 682,4
2	5-9	10 975,8	11 026,2	11 093,8	11 166,8	11 252,2	11 356,0	11 490,0	11 589,0
3	10-14	10 832,0	10 850,4	10 872,0	10 888,5	10 911,9	10 954,3	11 005,2	11 073,2
4	15-19	10 657,6	10 695,7	10 733,6	10 763,6	10 786,9	10 806,4	10 825,3	10 847,3
5	20-24	10 404,5	10 446,9	10 498,7	10 542,0	10 583,9	10 618,6	10 657,3	10 695,7
6	25-29	10 340,1	10 346,5	10 328,0	10 315,2	10 318,1	10 354,9	10 398,1	10 450,6
7	30-34	9 998,2	10 080,7	10 167,6	10 238,0	10 280,7	10 279,2	10 286,7	10 269,5
8	35-39	9 196,0	9 358,9	9 505,6	9 648,2	9 784,5	9 922,2	10 005,4	10 093,0
9	40-44	8 242,3	8 433,3	8 616,0	8 789,0	8 950,5	9 099,7	9 262,3	9 408,9
10	45-49	7 067,6	7 284,8	7 500,5	7 712,8	7 918,2	8 114,4	8 304,0	8 485,5
11	50-54	5 646,6	5 928,6	6 186,7	6 427,7	6 663,1	6 900,8	7 114,8	7 327,3
12	55-59	4 167,6	4 389,8	4 649,2	4 927,1	5 198,5	5 445,6	5 719,8	5 970,9
13	60-64	3 127,5	3 251,1	3 382,1	3 531,6	3 714,1	3 937,8	4 150,5	4 398,4
14	65-69	2 462,4	2 519,2	2 587,9	2 666,8	2 753,2	2 846,0	2 962,0	3 084,7
15	70-74	1 856,2	1 904,2	1 949,9	1 995,1	2 042,0	2 092,8	2 145,6	2 208,4
16	75+	2 286,0	2 333,2	2 385,8	2 443,6	2 506,4	2 574,2	2 650,6	2 726,9
	TOTAL	118 666,1	120 388,3	122 094,2	123 782,1	125 449,6	127 095,0	128 716,3	130 311,7

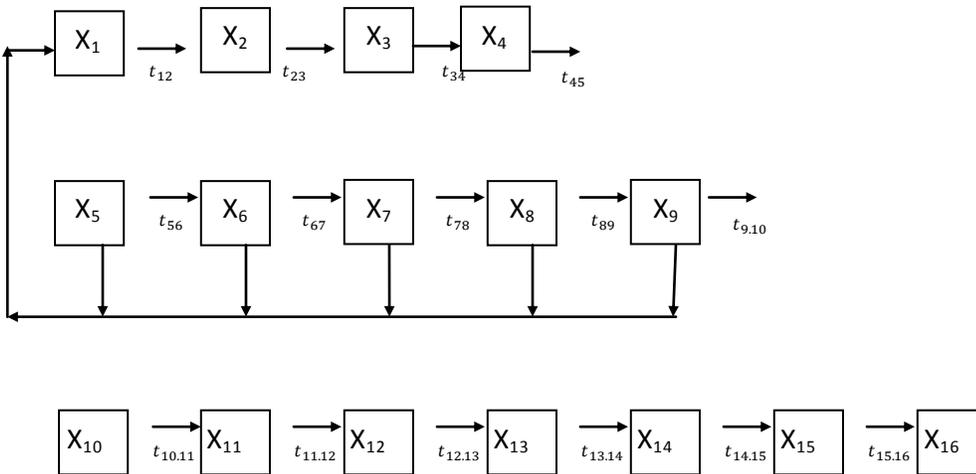
Model graf berarah dengan 16 kompartemen



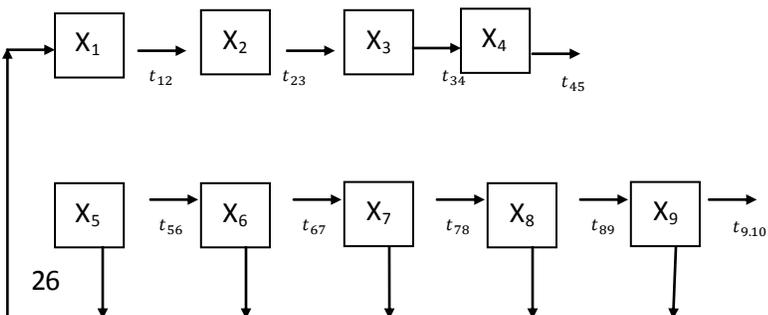
Graf transformasi



Reduksi semua loop

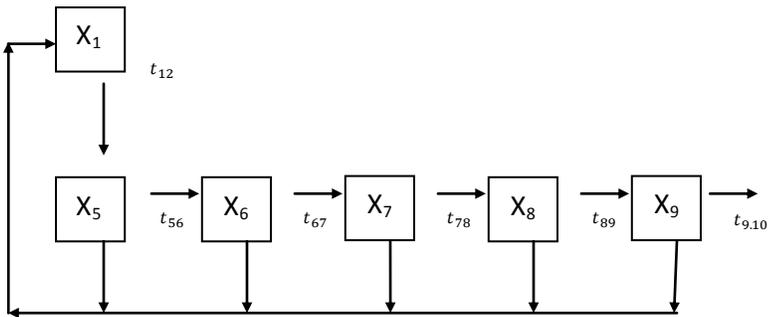


Reduksi semua kompartemen X_{10} - X_{16}

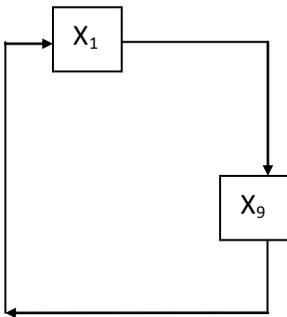




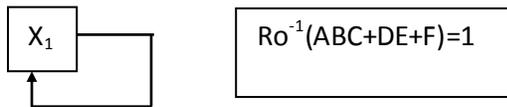
Reduksi semua kompartemen X_2-X_4



Reduksi semua kompartemen X_5-X_8



Reduksi semua kompartemen X_9



BAB IV
BIA YA DAN JADWAL PENELITIAN

4.1 Anggaran Biaya

NO	JENIS PENGELUARAN	JUMLAH (Rp)
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1	Honor	800.000
2	Peralatan penunjang	6.500.000
3	Bahan habis pakai	5.522.000
4	Biaya Perjalanan	15.000.000
5	Pengeluaran lain-lain	1.700.000
J U M L A H		29.522.000

4.2 Jadwal Penelitian

No	Jenis Kegiatan	Tahun 2017								Tahun 2018	
		Mei	Juni	Juli	Agus	Sep	Okt	Nov	Des	Jan	Feb
1	Pengajuan Proposal										
2	Definisikan model teoritis dinamika populasi dengan n-kompartemen.										
3	Konstruksi graf berarah dari model Dinamika Populasi.										
4	Mencari dan mengkaji beberapa hipotesa yang tepat tentang model kontinu berdasarkan Aturan Camino										
5	Rancang algoritma perhitungan bilangan reproduksi dasar untuk waktu kontinu banyak kompartemen										
6	Lakukan analisis Algoritma										
7	Bandingkan hasil-hasil langkah diatas dengan hasil-hasil yang sudah dilakukan oleh peneliti terdahulu.										
8	Sajikan hasil-hasil ini ke dalam suatu teorema atau dalil										
9	Menyiapkan tulisan dari hasil penelitian ini untuk di seminarkan di seminar Fakultas, nasional atau internasional.										
10	Menulis hasil penelitian untuk dipublikasikan di jurnal ilmiah nasional.										

11	Menulis laporan penelitian.							
----	-----------------------------	--	--	--	--	--	--	--

DAFTAR PUSTAKA

de-Camino-Beck T., Lewis, M.A. (2007). A new method for calculating net reproductive rate from graph reduction with application to the control of invasive species. *Bull. Math. Biol.* 69(4):1341–1354 .

de-Camino-Beck T., Lewis, M.A. (2008). A Graph Theoretic Method for Basic Reproduction Number in Continuous Time Epidemiological Models. *Bull. Math. Biol.* 72(1):128–139 .

Caswell, H. (2001) *Matrix population models: construction, analysis, and interpretation*. 2nd ed. Sinauer Ass. USA.

Cruz G.P., Esteva L., Montano J.A., Vargas C., (2004). A Mathematical model for the dynamics of west nile virus.

Driessche, V.D., Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Math. Biosci.* 180:29–48

Efendi. (2011) Model Laju Reproduksi Populasi Musk thistle Dengan Menggunakan Reduksi Graf dari Matriks Proyeksi Populasi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Unand.*

Efendi. (2012). Keunggulan Perhitungan Basic Reproduction Ratio dalam Melakukan Analisis Kestabilan pada Model Proyeksi Populasi Berstruktur Stage. *Eksakta*, Vol. 1: 9-17

Efendi (2012). Penerapan metode reduksi graf untuk penentuan R_0 pada model vector-host . Eksakta, Vol. 2: 36-43

Heesterbeek, J. (2002). A brief history of R_0 and a recipe for its calculation. Acta Biotheoretica 50:189–204

Lewis, M.A., Reclawowicz, Driessche, V.D. Wonham M. (2006). A comparison of continous and discrete-time west nile virus model. Bull. Math. Bio.491-509

Mason, S., Zimmermann, H. (1960). Electronic circuits, signals, and systems. Wiley, New York

Supriatna, A.K. (2009) Estimating the basic reproduction number of dengue transmission during 2002-2007 outbreaks in Bandung, Indonesia. Dengue Bulletin Vol.33

LAMPIRAN-LAMPIRAN

LAMPIRAN 1. JUSTIFIKASI ANGGARAN PENELITIAN

1. Honor				
<i>Honor</i>	<i>Honor/Jam (Rp)</i>	<i>Waktu (jam/minggu)</i>	<i>Minggu</i>	<i>Honor Tim (Rp)</i>
Ketua	3.500	5,75	32	640.000
Anggota (2 orang)	2.500	2	16	160.000
SUB TOTAL (Rp)				800.000
2. Peralatan penunjang				
<i>Material</i>	<i>Justifikasi Pemakaian</i>	<i>Kuantitas</i>	<i>Harga Satuan (Rp)</i>	<i>Harga peralatan Penunjang (Rp)</i>
Modem + Pulsa	Akses internet	1	1.500.000	1.500.000
Software Matlab	Komputasi	1	5.000.000	5.000.000
SUB TOTAL (Rp)				6.500.000
3. Bahan Habis Pakai				
<i>Material</i>	<i>Justifikasi</i>	<i>Kuantitas</i>	<i>Harga</i>	<i>Harga Bahan Habis</i>

	<i>Pemakaian</i>		<i>Satuan (Rp)</i>	<i>Pakai (Rp)</i>
Toner Printer	Print dokumen	6	750.000	4.500.000
CD RW	Simpan file	2	4.500	9.000
Hardisk eksternal	Simpan file	1	1.000.000	1.000.000
Stabilo	Alat Tulis	2	2.500	5.000
Map	Dokumentasi	4	1.000	4.000
Penjepit kertas	Dokumentasi	5	200	1.000
Pena	Alat Tulis	3	1.000	3.000
HVS	Cetak referensi dll.	5	33.000	165.000
SUB TOTAL (Rp)				5.522.000

4. Perjalanan				
<i>Material</i>	<i>Justifikasi Pemakaian</i>	<i>Kuantitas</i>	<i>Harga Satuan (Rp)</i>	<i>Harga perjalanan (Rp)</i>
Perjalanan	Seminar Internasional	1	10.000.000	10.000.000
Perjalanan	Seminar Nasional	2	5.000.000	5.000.000
SUB TOTAL (Rp)				15.000.000
5. Lain-lain				
<i>Kegiatan</i>	<i>Justifikasi</i>	<i>Kuantitas</i>	<i>Harga Satuan (Rp)</i>	<i>Harga lain-lain (Rp)</i>
Biaya dokumentasi dan pembuatan laporan	Laporan	1	500.000	200.000
Biaya publikasi di jurnal Nasional	Publikasi	1	2.000.000	1.500.000
SUB TOTAL (Rp)				1.700.000
Total Anggaran yang diperlukan (Rp)				29.522.000

LAMPIRAN 2. DUKUNGAN SARANA DAN PRASARANA

Prasarana utama yang diperlukan dalam penelitian ini adalah ruangan kerja yang kondusif, perpustakaan, dan laboratorium komputer. Hal ini sudah dapat dipenuhi oleh Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Andalas.

Sarana pendukung lainnya

1. Perpustakaan Matematika
2. Komputer *merk hp*
3. Jaringan Internet
4. *Software Microsoft office dan Matlab*
5. Printer *Epson L555*

Namun demikian versi terbaru dari MATLAB v2013a belum tersedia di Jurusan. Versi terbaru ini diperlukan agar proses perhitungan dapat diperoleh dengan cepat dan efisien.

LAMPIRAN 3 SUSUNAN ORGANISASI TIM PENELITI/PELAKSANA DAN PEMBAGIAN TUGAS

No	Nama	Instansi Asal	Bidang Ilmu	Alokasi Waktu (jam/minggu)	Uraian Tugas
1	Efendi, M.Si NIDN 0017077801	UNAND	Matematika Terapan	9	Mencari Ide, Perumasan Masalah dan Merancang Model Teoritis Banyak Kompartemen Waktu Kontinu, Melakukan Analisa dan Merancang Algoritma
2	Dr. Mahdhivan Syafwan NIDN 0003088202	UNAND	Matematika Terapan	5	Menurunkan formulasi Bilangan Reproduksi Dasar secara aljabar
3	Radhiatul Husna, M.Si	UNAND	Matematika	5	Menjalankan

	NIDN 0001077905		Terapan		Algoritma Reduksi Graf
--	-----------------	--	---------	--	------------------------

LAMPIRAN 4 BIODATA DAN ANGGOTA TIM

1. KETUA PENELITIAN

A. Identitas Pribadi

1.	Nama Lengkap (dengan gelar)	Efendi, M.Si
2.	Jenis Kelamin	Laki-laki
3.	Jabatan Fungsional	Lektor Kepala
4.	N I P	197807172002121002
5.	NIDN	0017077801
6.	Tempat dan Tanggal Lahir	Kp. Kandang, 17 Juli 1978
7.	e-mail	efendi@fmipa.unand.ac.id
8.	No. Telp/ No. HP	(0751) 91721 / 081276593951
9.	Alamat Kantor	Jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Andalas Kampus UNAND Limau Manis – PADANG 25163
10.	No. Telp/Faks	(0751)73224 / (0751)73118
11.	Lulusan yang Telah Dihasilkan	25 orang (S1) dan 2 orang (S2)
12.	Mata Kuliah yang Diampu	i. Persamaan Diferensial Biasa (S1)
		ii. Matematika Populasi (S1)

	iii. Matematika Dasar (S1)
	iv. Matematika Kimia (S1)
	v. Matematika Optimasi (S1)
	vi. Masalah Nilai Batas (S1)
	vii. Kalkulus Peubah Banyak (S1)

B. Riwayat Pendidikan

	S-1	S-2	S-3
Nama PT	Universitas Andalas	Institut Teknologi Bandung	-
Bidang Ilmu	Matematika	Matematika	-
Tahun Masuk-Lulus	2001-2005	1997-1999	-
Judul Skripsi/Tesis/Disertasi	Perluasan Teorema Rolle pada ruang berdimensi-n	Analisis dan Simulasi Populasi Nyamuk dengan Mempertimbangkan Bentuk Geometri Habitat, Studi Kasus: Aedes Sp	-
Nama Pembimbing/Promotor	Muhafzan, M.Si Drs. Syafruddin	Dr. Nuning Nuraini Dr. Sutawanir Darwis	-

C. Pengalaman Penelitian dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	Jumlah
1.	2009	Analisis dan Simulasi Populasi Nyamuk dengan Mempertimbangkan Bentuk Geometri Habitat, Studi Kasus: Aedes Sp	Hibah KK ITB	Rp. 20.000.000,-

D. Pengalaman Pengabdian Kepada Masyarakat dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Pengabdian Kepada	Pendanaan
-----	-------	-------------------------	-----------

		Masyarakat	Sumber	Jumlah
1	2013	Pembinaan Olimpiade Matematika Kab. Pesisir Selatan	Pemda Kab. Pesisir Selatan	-
2.	2013	Pembinaan Olimpiade Matematika Kab. Batu Sangkar	Pemda Kab. Batusangkar	-
3.	2014	Pembinaan Persiapan Ujian Nasional Bidang Matematika Di Smp 3 Tilatang Kamang	DIPA Unand 2014	Rp. 4.499.000
4.	2015	Pengabdian Masyarakat SMAN 1 VI Lingkung	DIPA Unand 2015	Rp. 4.499.000
5.	2015	Cara Cepat Penguasaan Materi Ujian Nasional Bidang Matematika Di SMA Pp Terpadu Dr. M. Natsir Kabupaten Solok	DIPA Unand 2015	Rp. 4.499.000
6	2015	Pelatihan Olimpiade Matematika SMPN 3 Lubuk Basung	DIPA Unand 2015	Rp. 4.499.000
7	2016	Pengabdian Masyarakat di SMA Al-Falah Padang	DIPA Unand 2016	

E. Publikasi Artikel Ilmiah dalam Jurnal dalam 5 Tahun Terakhir

NO.	NAMA	JUDUL ARTIKEL ILMIAH	NAMA JURNAL	VOLUME/NO MOR/TAHUN
1.	Efendi	Keunggulan Perhitungan Basic Reproductive Ratio Dalam Melakukan Analisis Kestabilan Pada Model Proyeksi Populasi Berstruktur Stage	J. Eksakta, Berkala Ilmiah Bid. MIPA	Vol. 2 Tahun XIII, Juli 2012
2.	Efendi	Penerapan Metode Reduksi Graf Untuk Penentuan Ro Pada Model Vector-Host	J. Eksakta, Berkala Ilmiah Bid. MIPA	Vol. 2 Tahun XIII, Feb 2012

F. Pemakalah Seminar Ilmiah (Oral Presentation) dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Nama Pertemuan Ilmiah / Seminar	Judul Artikel Ilmiah	Waktu dan Tempat
1	International seminar on Mathematics: The application of Mathematics on the development of various areas of knowledges	Simulation And Analysis Of Mosquito Population using MPP And MPPGH Model. Dalam prosiding dengan ISBN:978-979-1222-95-2	Universitas Riau 2010
2.	Seminar Nasional Matematika Unand	Perbandingan metode-metode analisis kestabilan pada model proyeksi populasi berstruktur stage. Dalam prosiding dengan ISBN:978-602-19249-0-7	Unand Padang 2011
3.	Semirata Bidang Ilmu Mipa Ke-25	Konstruksi Model Untuk Melihat Pengaruh Parameter Iklim Pada Populasi Aedes Dengan Bentuk Habitat Kerucut. Dalam prosiding dengan ISBN:978-602-9115-22-2	Universitas Sumatera Utara 2013
4.	Semirata Bidang Ilmu Mipa Ke-26	Uji Kestabilan Sistem Mangsa-Pemangsa	IPB Bogor 2014
5	Seminar Indo-MS Wilayah Sumbagteng	Model Persamaan Diferensial Stokastik untuk Memproyeksikan Pertumbuhan Populasi	UNP Padang 2015
6	Semirata Bidang Ilmu Mipa Ke-28	Model Time Varying Discret untuk Proyeksi Pertumbuhan Penduduk Indonesia	Unsri Palembang 2016
7	Seminar Nasional ke 3 Andalas Civil Engineering (ACE 3)	Pemodelan Optimasi Evakuasi Tsunami di Kota Padang	Unand Padang 2016

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggungjawabkan secara hukum. Apabila di kemudian hari ternyata dijumpai ketidaksesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima risikonya.

Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam pengajuan dana penelitian Hibah BOPTN Unand Skim Riset Dasar Fakultas MIPA Universitas Andalas.

Padang, 15 Mei 2017
Pengusul

EFENDI, M.Si
NIP. 197807172002121002

2. ANGGOTA PENELITI

A. IDENTITAS PRIBADI

1.	Nama lengkap	RADHIATUL HUSNA, M.Si
2.	Jenis Kelamin	Perempuan
3.	Jabatan Fungsional	Asisten Ahli
4.	NIP	197907012005012003
5.	NIDN	0001077905
6.	Tempat/Tanggal Lahir	Padang/01 Juli 1979
7.	e-mail	husna@fmipa.unand.ac.id
8.	Hp	085263230335
9.	Alamat Kantor	Jurusan Matematika FMIPA Unand Kampus Limau Manis. Padang 25163
10.	Telp/Fax	0751-496245
11.	Lulusan yang telah dihasilkan	S-1= 6 orang; S-2= 0 orang.
12.	Mata kuliah yang diampu	1. Matematika Dasar 2. Kalkulus Peubah Banyak

	3. Matematika Kimia 1 4. Matematika Kimia 2
--	--

B. Riwayat Pendidikan

	S1	S2	S3
Nama PT	Universitas Negeri Yogyakarta	Universitas Andalas	-
Bidang Ilmu	Matematika	Matematika	-
Tahun Masuk-Lulus	1997-2002	2013-2014	-
Judul skripsi	Penyelesaian Persaman Diferensial dengan Menggunakan Deret Fourier	Panjang Antrian pada Model M/M/1 dengan menggunakan Lintasan Lattice	-
Nama Pembimbing	Dr. Sugiman	Dr. Dodi Devianto	-

C. Publikasi Artikel Ilmiah

Judul artikel ilmiah	Nama Jurnal	Vol/no/Th
Pembuktian Bentuk Tutup Rumus Maju Berdasarkan Deret Taylor	Jurnal Matematika Unand	05/04/2016
Integrasi Metode Importance Performance Analysis dan Model Kano dalam Peningkatan Kualitas Pelayanan (Studi kasus: Perpustakaan Unand)	Jurnal Matematika Unand	05/03/2016
Metode Bentuk Normal pada Penyelesaian Persamaan Duffing	Jurnal Matematika Unand	05/03/2016
Metode Bentuk Normal pada Penyelesaian Persamaan Rayleigh	Jurnal Matematika Unand	05/03/2016

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggungjawabkan secara hukum. Apabila dikemudian hari ternyata dijumpai ketidaksesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima sanksi.

Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam pengajuan dana penelitian Hibah BOPTN Unand Skim Riset Dasar Fakultas MIPA Universitas Andalas.

Padang, 15 Mei 2017
Pengusul

RADHIATUL HUSNA, M.Si
NIP. 197907012005012003

ANGGOTA PENELITI

A. Identitas Pribadi

1.	Nama Lengkap (dengan gelar)	Dr. Mahdhivan Syafwan
2.	Jenis Kelamin	Laki- laki
3.	Jabatan Fungsional	Lektor
4.	N I P	198208032006041001
5.	NIDN	0003088202
6.	Tempat dan Tanggal Lahir	Padang, 3 Agustus 1982
7.	e-mail	mahdhivan@fmipa.unand.ac.id
8.	No. Telp/ No. HP	(0751)72577/081276593951
9.	Alamat Kantor	Jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Andalas Kampus UNAND Limau Manis – PADANG 25163

10.	No. Telp/Faks	(0751)73224 / (0751)73118
11.	Lulusan yang Telah Dihasilkan	5 orang (S2) + 9 orang (S1)
12.	Mata Kuliah yang Diampu	1. Sejarah Matematika (S1)
		2. Aktuaria (S1)
		3. Analisis Riil (S1)
		4. Kalkulus (S1)
		5. Kalkulus Peubah Banyak (S1)
		6. Matematika Dasar (S1)
		7. Bahasa Inggris Matematika (S1)
		8. Metode Numerik (S1)
		9. Kapita Selekt Matematika Terapan I dan II (S1)
		10. Metode Numerik Lanjut (S2)
		11. Persamaan Diferensial Parsial (S2)

B. Riwayat Pendidikan

	S-1	S-2	S-3
Nama PT	Institut Teknologi Bandung	-	The University of Nottingham, Inggris
Bidang Ilmu	Matematika	-	Matematika
Tahun Masuk-Lulus	2001-2005	-	2008-2012
Judul Skripsi/Tesis/Disertasi	Studi Konvergensi Penaksir Kuadrat Terkecil pada Regresi Stokastik	-	The Existence and Stability of Solitons in Discrete Nonlinear Schrödinger Equations
Nama Pembimbing/Promotor	Dr. Udjianna S. Pasaribu	-	Dr. Hadi Susanto

C. Pengalaman Penelitian dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	Jumlah
1.	2012	Creating dark and bright solitons through accelerated transport of an impurity in a Bose Einstein Condensate	EPSRC Bridging the Gaps	£ 2,000 (≈ Rp. 30.000.000,-)
2	2013	Kestabilan Soliton pada Persamaan Schrödinger Nonlinier Diskrit dengan Potensial Linier	DIPA FMIPA Unand Kontrak No. 004/UN16.03.D/PG/2013	Rp. 4.800.000,-
3	2014	Soliton Gelap pada Persamaan Schrödinger Nonlinier Diskrit Teredam dan Terkuatkan secara Parametrik	DIPA Unand Kontrak No. 11/UN.16/PL/US2,S3/2014	Rp. 50.000.000,-

D. Pengalaman Pengabdian Kepada Masyarakat dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Pengabdian Kepada Masyarakat	Pendanaan	
			Sumber	Jumlah
1	2008	Pembekalan Materi Kombinatorika di SMAN 1 Enam Lingsung	DIPA UNAND	Rp. 5.000.000,-
2	2013	Persiapan UN Bidang Matematika di SMP Adzkia	DIPA UNAND	Rp. 5.000.000,-

3	2014	Persiapan UN Bidang Matematika di SMPN Kapau	DIPA FMIPA UNAND	Rp. 4.000.000,-
---	------	--	------------------	-----------------

E. Publikasi Artikel Ilmiah dalam Jurnal dalam 5 Tahun Terakhir

NO.	NAMA	JUDUL ARTIKEL ILMIAH	NAMA JURNAL	VOLUME/NOMOR/ TAHUN
1.	M. Syafwan	Onsite dark solitons in a parametrically driven damped discrete nonlinear Schrödinger equation.	International Journal of Applied Mathematics and Statistics	/2015 (International) [accepted]
2.	M. Syafwan, H. Susanto, dan S.M. Cox	Solitons in a parametrically driven damped discrete nonlinear Schrödinger equation.	Springer, pada buku B.A. Malomed (Ed), Spontaneous Symmetry Breaking, Self-Trapping, and Josephson Oscillations in Nonlinear Systems	/2013 (International)
3.	M. Syafwan, H. Susanto, S.M. Cox, dan B.A. Malomed	Variational approximations for travelling solitons in a discrete nonlinear Schrödinger equation	J. Phys. A: Math. Theor.	45, 075207/2012 (International)
4.	M. Syafwan, H. Susanto, dan S.M. Cox	Discrete solitons in electromechanical resonators	Phys. Rev. E	81, 026207/2010 (International)

F. Pemakalah Seminar Ilmiah (*Oral Presentation*) dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Nama Pertemuan Ilmiah / Seminar	Judul Artikel Ilmiah	Waktu dan Tempat
-----	---------------------------------	----------------------	------------------

1.	Internatinal Conference on Statistics and Mathematics	Onsite dark solitons in a parametrically driven damped discrete nonlinear Schrödinger equation.	27 – 28 November 2014, Institut Teknologi Sepuluh November – Surabaya (internasional)
2.	Seminar Nasional Matematika	Solusi Asimtotik dari Soliton Gelap pada Persamaan Schrödinger Nonlinier Diskrit yang Memuat Redaman dan <i>Parametric Driving</i>	20 Oktober 2014, Universitas Andalas-Padang
3.	Konferensi Nasional Matematika XVII	Aproksimasi Variasional untuk Soliton Diskrit Gelap	11 – 14 Juni 2014, Institut Teknologi Sepuluh November – Surabaya
4.	Seminar Nasional Matematika	Kestabilan Soliton Gelap <i>Intersite</i> pada Persamaan Schrödinger Nonlinier Diskrit yang Memuat <i>Parametric Driving</i>	30 September 2013, Universitas Andalas-Padang
5.	9th East Asia SIAM Conference-2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics (EASIAMCIAM)	Twisted localized modes in a parametrically driven discrete nonlinear Schrödinger equation	18-20 Juni 2013, ITB, Bandung, Indonesia (internasional)
6.	Seminar Nasional Matematika	Variational approximations for solitons in a parametrically driven discrete nonlinear Schrödinger equation	31 Oktober 2012, Universitas Andalas-Padang
7.	Quantum Correlations Students Workshop (QUACS)	Nonlinear Schrödinger flow past an obstacle in a periodic domain	1-3 Juli 2012, University of Nottingham-UK
8.	Maths2010 (British Applied Mathematics Colloquium and British Mathematics Colloquium)	Discrete Solitons in Electromechanical Resonators	6-9 April 2010, University of Edinburgh-UK

G. Karya Buku dalam 5 Tahun Terakhir: -

H. Perolehan HKI dalam 5-10 Tahun Terakhir: -

I. Pengalaman Merumuskan Kebijakan Publik/Rekayasa Sosial Lainnya dalam 5 Tahun Terakhir: -

J. Penghargaan dalam 10 tahun Terakhir (dari pemerintah, asosiasi atau institusi lainnya): -

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggungjawabkan secara hukum. Apabila di kemudian hari ternyata dijumpai ketidaksesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima resikoanya.

Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam pengajuan Hibah Penelitian Selektif Unand.

Padang, 15 Mei 2017
Pengusul,

Dr. Mahdhivan Syafwan
NIP 198208032006041001

LAMPIRAN 5 SURAT PERNYATAAN KETUA DAN ANGGOTA

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : EFENDI, M.Si
NIP / NIDN : 197807172002121002 / 0017077801
Pangkat / Golongan : Penata Tk. 1/ III d
Jabatan Fungsional : Lektor Kepala
Alamat : Kompleks Mega Mulia F1.7 Belimbing Kuranji Padang

Dengan ini menyatakan bahwa proposal penelitian saya dengan judul:

**“Metode Reduksi Graf Untuk Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar
Pada Model Populasi Banyak Kompartemen Dengan Waktu Kontinu”**

yang diusulkan dalam skema **Riset Dasar Hibah BOPTN Unand** untuk tahun anggaran 2017 **bersifat original, tidak terkait dengan praktek plagiat, dan belum pernah dibiayai oleh lembaga/sumber dana lain.**

Bilamana di kemudian hari ditemukan ketidaksesuaian dengan persyaratan ini, maka saya bersedia dituntut dan diproses sesuai dengan ketentuan yang berlaku dan mengembalikan seluruh biaya penelitian yang sudah diterima ke kas Negara.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan dengan sebenar-benarnya.

Mengetahui
Dekan FMIPA Unand

Padang, 15 Mei 2017
Yang Menyatakan

Prof. Dr. Mansyurdin, MS
NIP 195807221983031002

Efendi, M.Si
NIP 197807172002121002

SURAT PERNYATAAN PENELITIAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Radhiatul Husna, M.Si
NIP / NIDN : 197907012005012003 / 0001077905
Jabatan : Asisten Ahli

Dengan ini menyatakan bahwa saya bersedia menjadi anggota 1 (satu) pada skim penelitian Pemula selama 10 (Sepuluh) bulan dengan judul:

**METODE REDUKSI GRAF UNTUK PENENTUAN BILANGAN REPRODUKSI
DASAR PADA MODEL POPULASI BANYAK KOMPARTEMEN DENGAN
WAKTU KONTINU**

yang diketuai oleh: Efendi, M.Si sampai penelitian ini berakhir.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya, untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Disetujui oleh
Ketua Peneliti

Padang, 15 Mei 2017
Yang Menyatakan

Efendi, M.Si
NIP 197807172002121002

Radhiatul Husna, M.Si
NIP. 197907012005012003